ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ
ΣΧΟΛΗ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΣΤΑΤΙΚΗΣ & ΑΝΤΙΣΕΙΣΜΙΚΩΝ ΕΡΕΥΝΩΝ

ΧΩΡΙΚΑ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΑ

Ε.Ι. Σαπουντζάκης
Καθηγητής ΕΜΠ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΑΒΔΩΤΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ ΜΗΤΡΩΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ

Περιεχόμενα

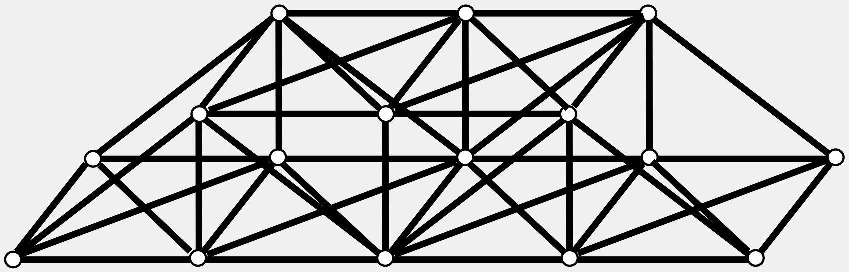
1. Εισαγωγή
2. Παρουσίαση χωρικού δικτυώματος
3. Διανύσματα ακραίων δράσεων στοιχείου χωρικού δικτυώματος
4. Διανύσματα ακραίων μετατοπίσεων στοιχείου χωρικού δικτυώματος
5. Μητρώο μετασχηματισμού στοιχείου χωρικού δικτυώματος
6. Τοπικό μητρώο στιβαρότητας στοιχείου χωρικού δικτυώματος
7. Καθολικό μητρώο στιβαρότητας στοιχείου χωρικού δικτυώματος

Περιεχόμενα

8. *Διανύσματα επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων χωρικού δικτυώματος*
9. *Καθολικό μητρώο στιβαρότητας χωρικού δικτυώματος*
10. *Τροποποίηση (αναδιάταξη) καθολικού μητρώου στιβαρότητας χωρικού δικτυώματος λόγω στήριξης – Μητρώο αναδιάταξης*
11. *Εσωτερικά εντατικά μεγέθη μελών χωρικού δικτυώματος*
12. *Εφαρμογή*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ



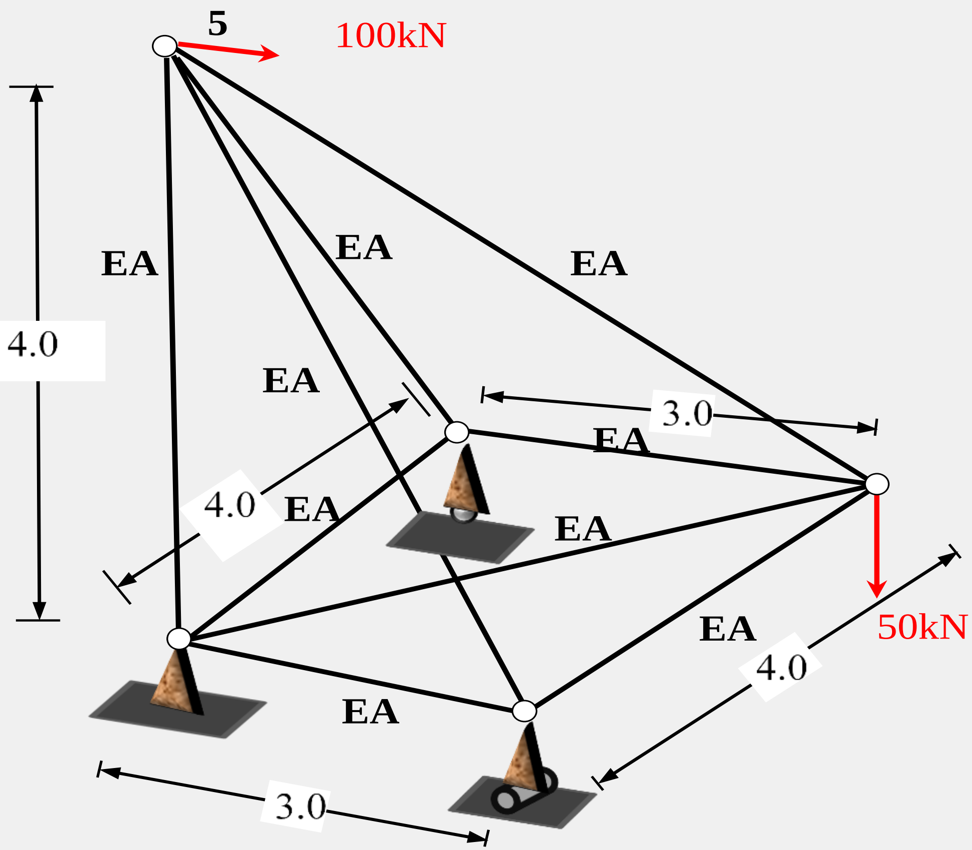
Οι ***ραβδωτοί φορείς*** *που αποτελούνται από ευθύγραμμες ράβδους, των οποίων τα άκρα συνδέονται αρθρωτά σε κόμβους και μεταφέρουν μόνο αξονικές δυνάμεις (εφελκυστικές ή θλιπτικές) ονομάζονται* ***δικτυώματα****. Στην περίπτωση κατά την οποία όλες οι ράβδοι δικτυώματος βρίσκονται σε ένα επίπεδο και η φόρτιση του ανήκει στο επίπεδο αυτό, το δικτύωμα αυτό αναφέρεται ως* ***επίπεδο****, ενώ σε αντίθετη περίπτωση, ο φορέας ονομάζεται* ***χωρικό δικτύωμα*** *ή* ***χωροδικτύωμα****.*

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Για τον υπολογισμό των χωρικών δικτυωμάτων εισάγονται απλοποιητικές παραδοχές, οι οποίες προσδιορίζουν το κλασικό προσομοίωμα ενός ιδανικού δικτυώματος και οδηγούν στην προαναφερθείσα αποκλειστικά ***αξονική καταπόνηση*** *των ράβδων. Η αναπτυσσόμενη αξονική δύναμη είναι σταθερή σε όλες τις διατομές κατά μήκος κάθε ράβδου εκτός αν υφίστανται αξονικώς κατανεμημένα φορτία επί των ράβδων. Στις επόμενες διαφάνειες παρουσιάζεται η* ***Μέθοδος Άμεσης Στιβαρότητας*** *για την ανάλυση χωρικών δικτυωμάτων που μπορούν να προσομοιωθούν ως ιδανικά δικτυώματα, δίνοντας έμφαση στις διαφοροποιήσεις στα βήματα της μεθόδου συγκριτικά με την ανάλυση των επίπεδων δικτυωμάτων.*

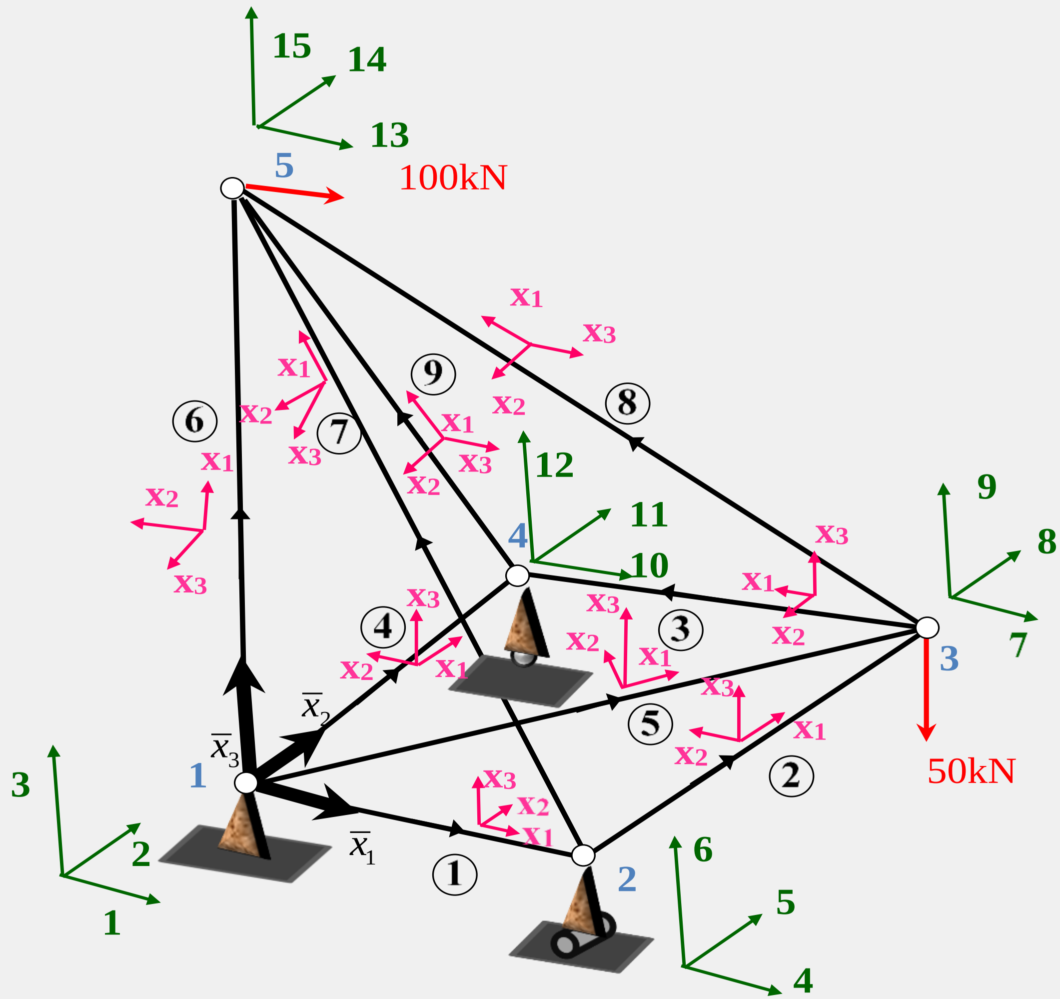
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ



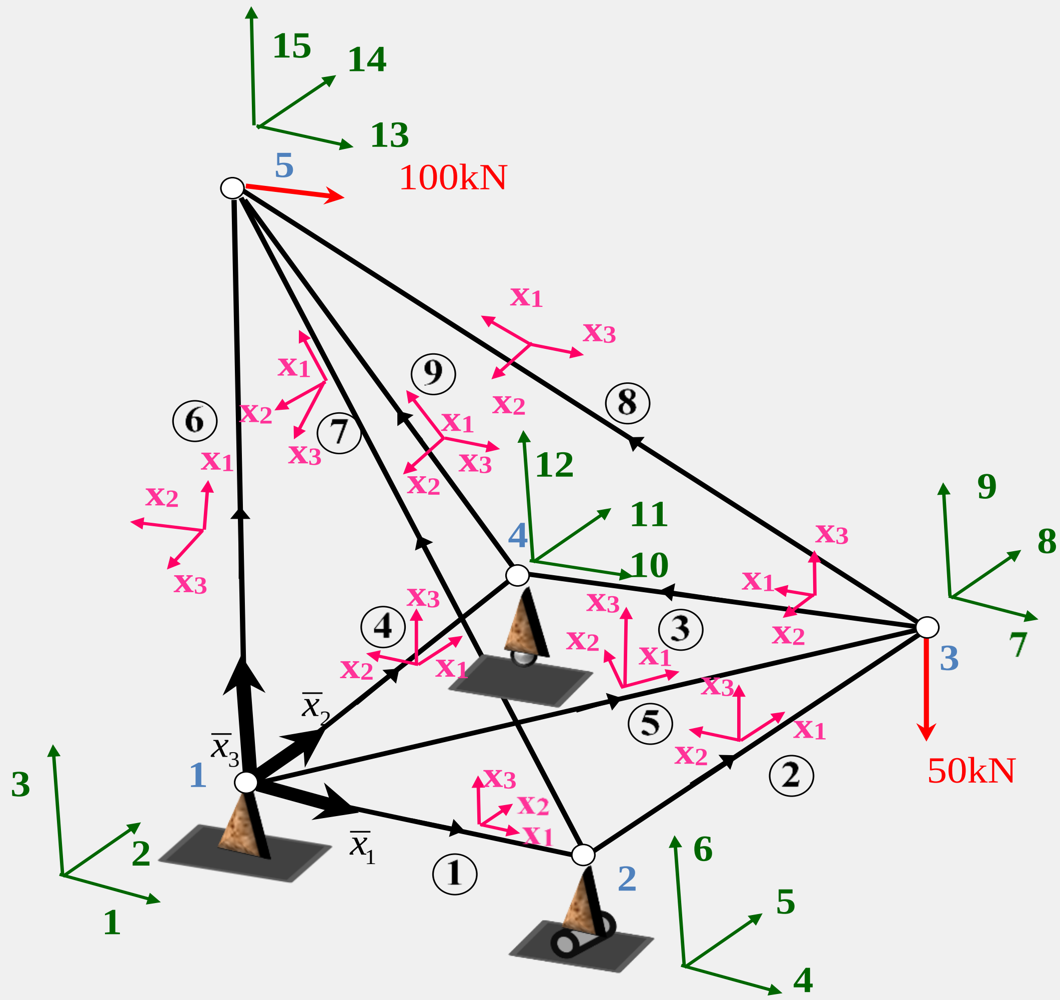
Τα μέλη του δικτυώματος είναι κατασκευασμένα από ομογενές και ισότροπο υλικό ($E = 2.1 \times 10^8 kN / m^2$) και είναι διατομής $A = 10 cm^2$.

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ



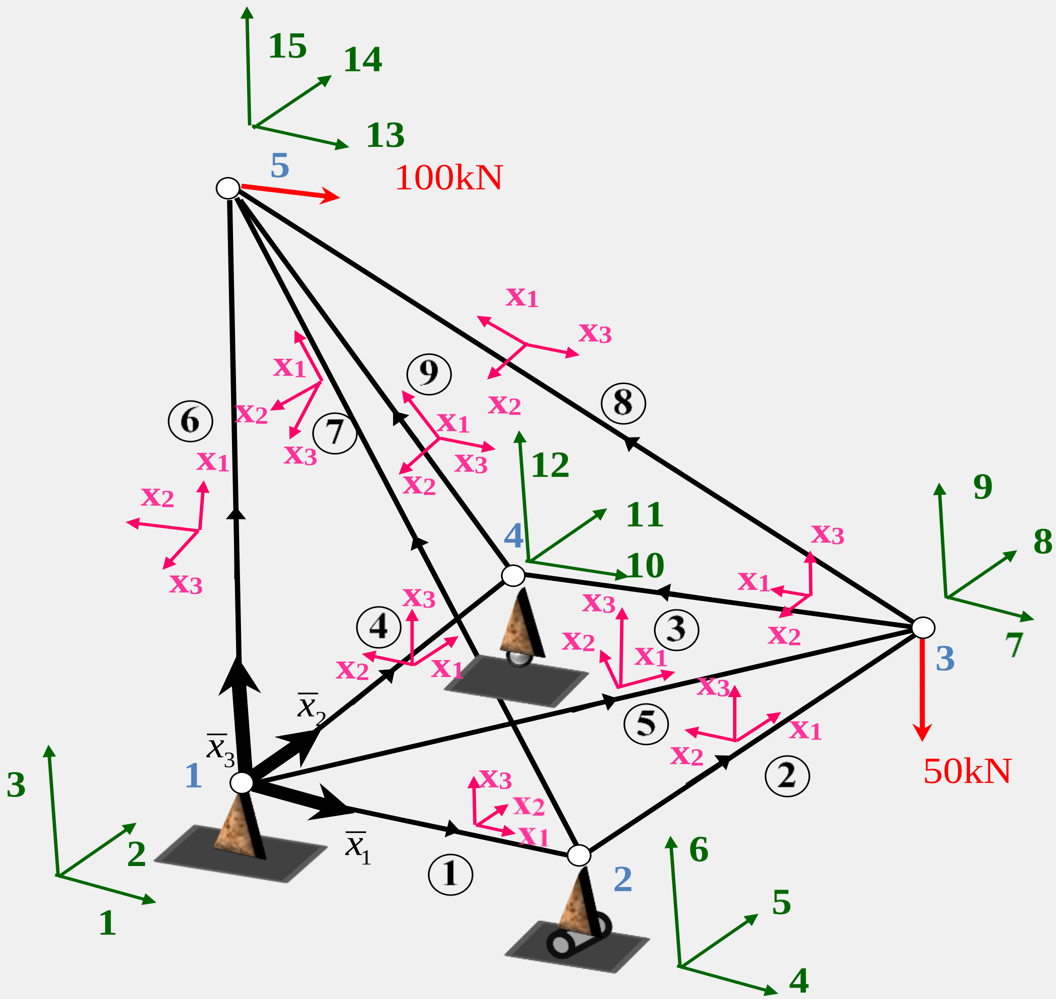
Σημείο εκκίνησης για την ανάλυση του χωρικού δικτυώματος αποτελεί η ***αρίθμηση*** *των κόμβων και των μελών του. Επίσης, επιλέγεται ως* ***καθολικό σύστημα αξόνων*** *το δεξιόστροφο ορθογώνιο σύστημα αξόνων ως προς το οποίο θα γίνει η ανάλυση του φορέα και ο υπολογισμός τόσο των κινηματικών μεγεθών των κόμβων του όσο και των αντιδράσεων των στηρίξεων του.*

ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ



Ακολούθως, προκειμένου να πραγματοποιηθεί ο ορισμός των εσωτερικών εντατικών και των κινηματικών μεγεθών των μελών εισάγεται ***τοπικό σύστημα αναφοράς*** *για κάθε ένα από τα στοιχεία που συνθέτουν το δικτύωμα. Για τον καθορισμό του συστήματος αυτού, σε κάθε μέλος ορίζεται ως άξονας* x_1 *αυτός που έχει διεύθυνση εκείνη του μέλους και φορά από τον κόμβο με μικρότερο προς τον κόμβο με μεγαλύτερο αύξοντα αριθμό.*

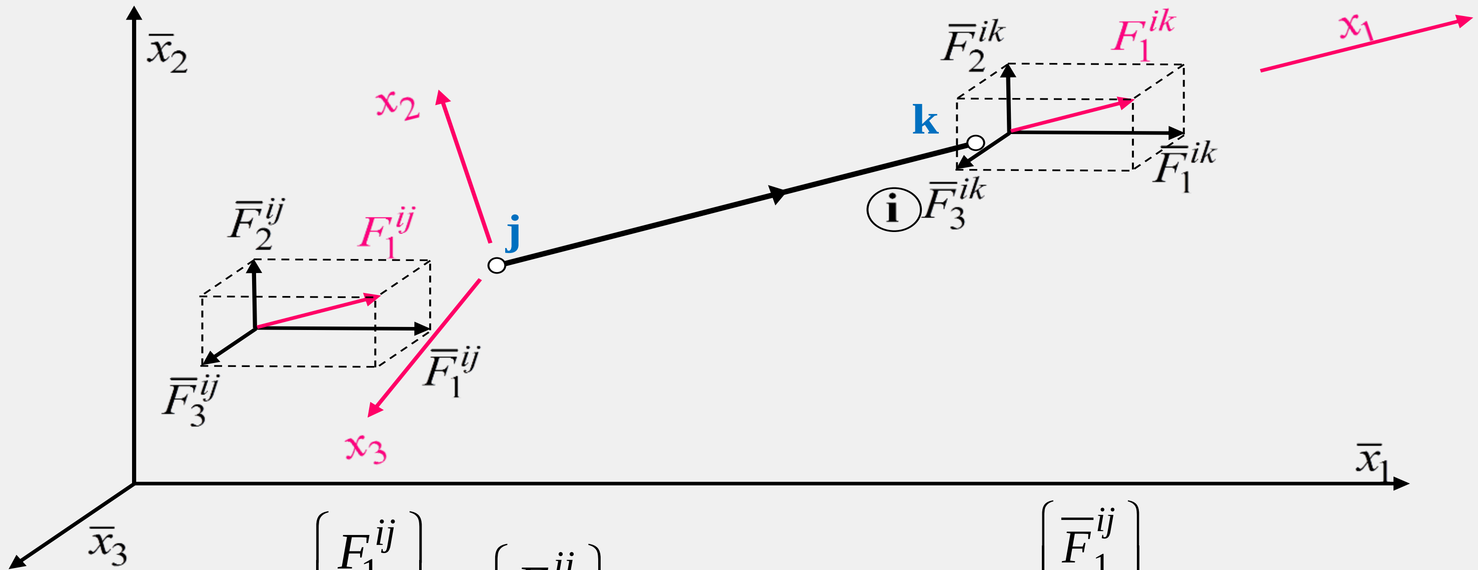
ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ



Τέλος, καθορίζονται οι ***βαθμοί ελευθερίας*** *κίνησης των κόμβων του (κινηματική αοριστία), όπου στο βήμα αυτό αμελείται ο τρόπος στήριξης του δικτυώματος. Έτσι, γνωρίζοντας ότι κάθε κόμβος διαθέτει τρεις βαθμούς ελευθερίας κίνησης, οι βαθμοί ελευθερίας κίνησης του φορέα θα είναι 3Ν, όπου Ν ο αριθμός των κόμβων (nodes) του δικτυώματος.*

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΑΚΡΑΙΩΝ ΔΡΑΣΕΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΑΚΡΑΙΩΝ ΔΡΑΣΕΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ



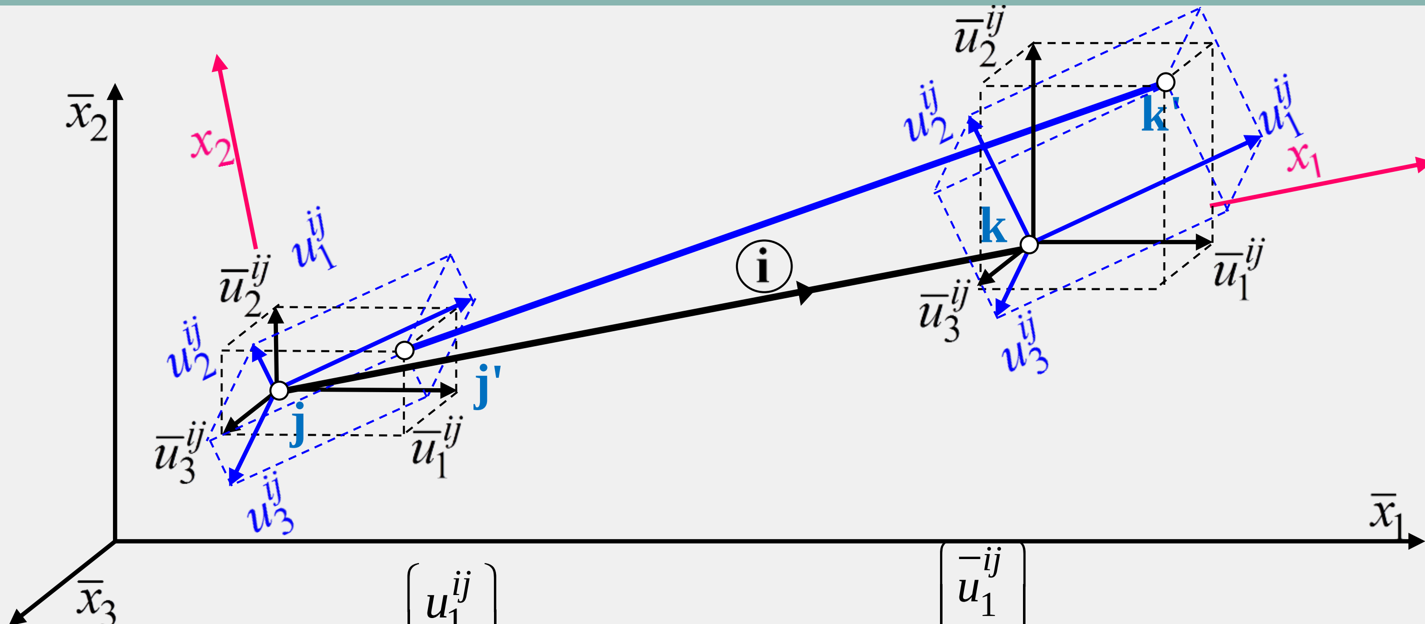
$$\left\{A^i\right\} = \begin{bmatrix} \left\{A^{ij}\right\} \\ \hdashline \left\{A^{ik}\right\} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{ij} \\ F_2^{ij} \\ F_3^{ij} \\ \hdashline F_1^{ik} \\ F_2^{ik} \\ F_3^{ik} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{ij} \\ 0 \\ 0 \\ \hdashline F_1^{ik} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\left\{\bar{A}^i\right\} = \begin{bmatrix} \left\{\bar{A}^{ij}\right\} \\ \hdashline \left\{\bar{A}^{ik}\right\} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{F}_1^{ij} \\ \bar{F}_2^{ij} \\ \bar{F}_3^{ij} \\ \hdashline \bar{F}_1^{ik} \\ \bar{F}_2^{ik} \\ \bar{F}_3^{ik} \end{Bmatrix}$$

Τοπικό και καθολικό διάνυσμα ακραίων δράσεων

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΑΚΡΑΙΩΝ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΑΚΡΑΙΩΝ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

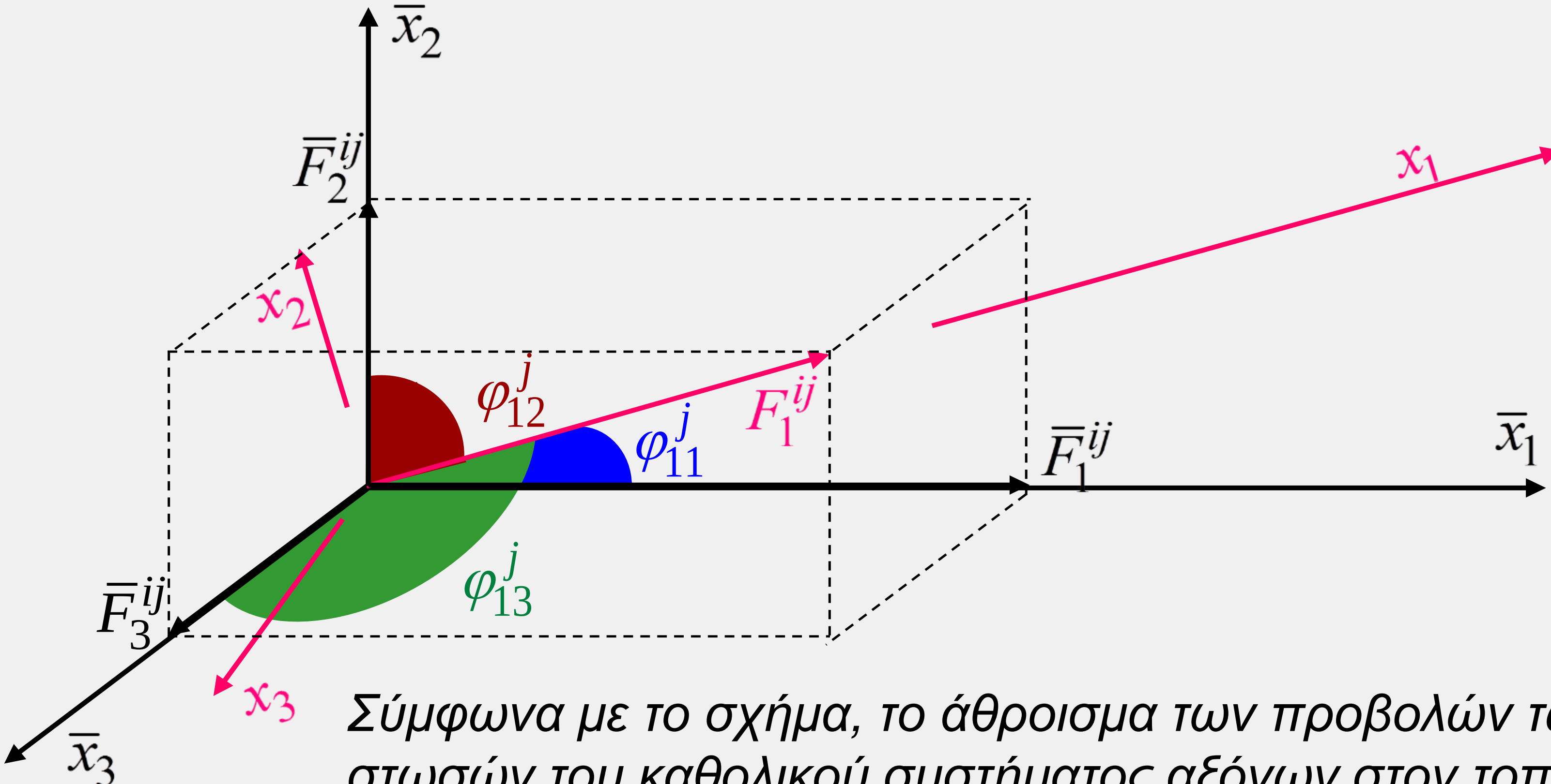


$$\left\{D^{i}\right\}=\left[\frac{\left\{D^{ij}\right\}}{\left\{D^{ik}\right\}}\right]=\left\{\begin{array}{c}u_1^{ij}\\u_2^{ij}\\u_3^{ij}\\\hline u_1^{ik}\\u_2^{ik}\\u_3^{ik}\end{array}\right\}\qquad\left\{\overline{D}^{i}\right\}=\left[\frac{\left\{\overline{D}^{ij}\right\}}{\left\{\overline{D}^{ik}\right\}}\right]=\left\{\begin{array}{c}\overline{u}_1^{ij}\\\overline{u}_2^{ij}\\\overline{u}_3^{ij}\\\hline \overline{u}_1^{ik}\\\overline{u}_2^{ik}\\\overline{u}_3^{ik}\end{array}\right\}$$

Τοπικό και καθολικό διάνυσμα ακραίων μετατοπίσεων

ΜΗΤΡΩΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

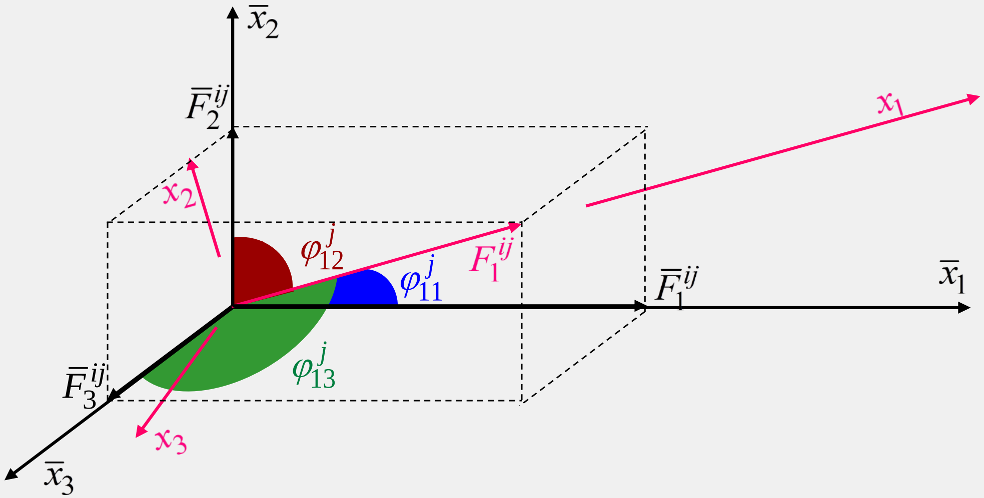
ΜΗΤΡΩΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ



Σύμφωνα με το σχήμα, το άθροισμα των προβολών των συνιστωσών του καθολικού συστήματος αξόνων στον τοπικό άξονα x1 δίνουν την τοπική δύναμη F_1^{ij}, δηλαδή

$$F_1^{ij} = \lambda_{11}^{ij}\overline{F}_1^{ij} + \lambda_{12}^{ij}\overline{F}_2^{ij} + \lambda_{13}^{ij}\overline{F}_3^{ij}$$

ΜΗΤΡΩΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ



Παρόμοιες σχέσεις μπορούν να γραφούν και για τις (μηδενικές) δυνάμεις F_2^{ij} , F_3^{ij} *κατά τους τοπικούς άξονες* x_2 , x_3 *και συνδυάζοντας τις εξισώσεις αυτές προκύπτει η μητρωική σχέση*

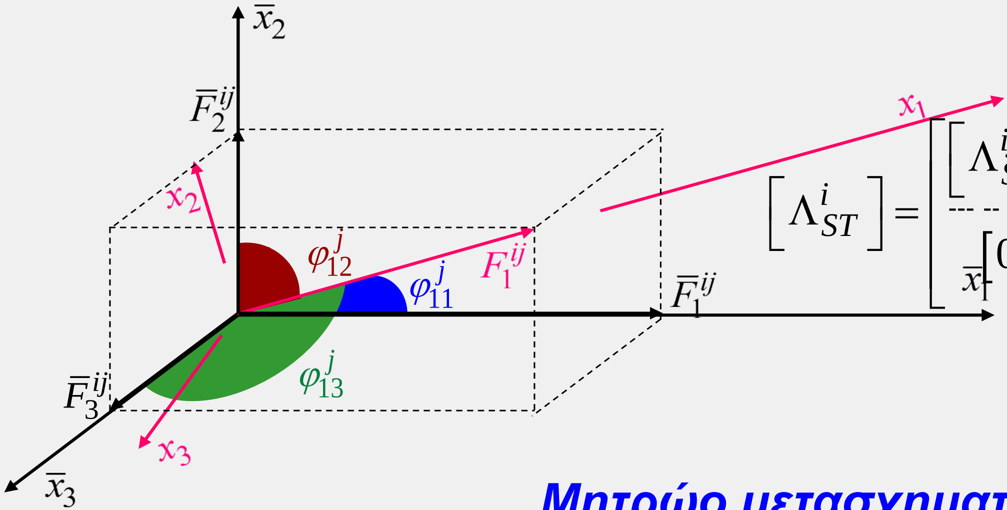
$$\left\{A^{ij}\right\} = \begin{Bmatrix} F_1^{ij} \\ F_2^{ij} \\ F_3^{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{ij} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_{11}^{ij} & \lambda_{12}^{ij} & \lambda_{13}^{ij} \\ \lambda_{21}^{ij} & \lambda_{22}^{ij} & \lambda_{23}^{ij} \\ \lambda_{31}^{ij} & \lambda_{32}^{ij} & \lambda_{33}^{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{F}_1^{ij} \\ \overline{F}_2^{ij} \\ \overline{F}_3^{ij} \end{Bmatrix} = \left[\Lambda_{ST}^{ij}\right]\left\{\overline{A}^{ij}\right\}$$

άκρο j μέλους χωρικού δικτυώματος

$$\lambda_{ml}^{ij} = \cos\varphi_{ml}^{ij} \qquad (m,l=1,2,3)$$

ΜΗΤΡΩΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ή συνολικά και στα δύο άκρα μέλους χωρικού δικτυώματος



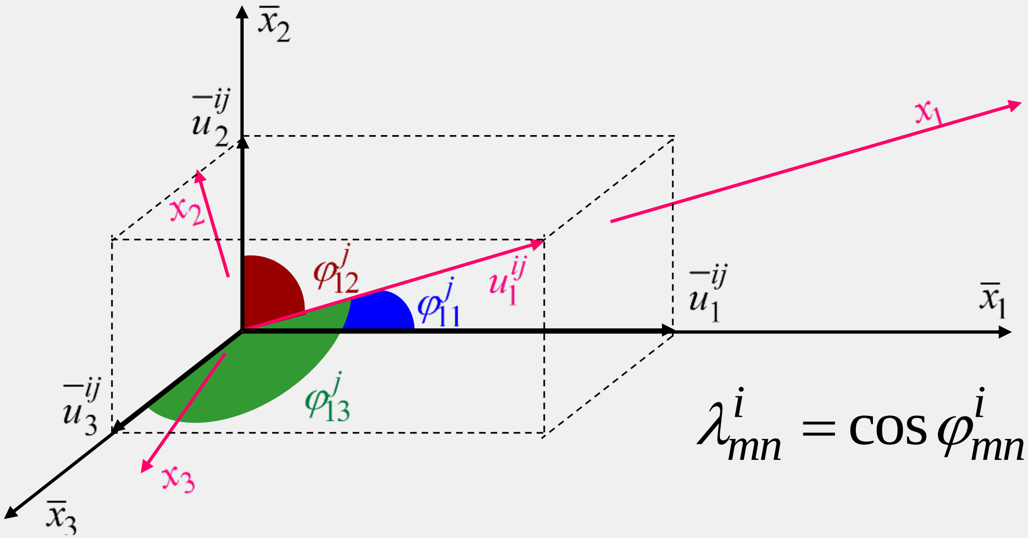
$$\left[\Lambda^{i}_{ST}\right]=\begin{bmatrix}\left[\Lambda^{ij}_{ST}\right] & [0]\\ [0] & \left[\Lambda^{ik}_{ST}\right]\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{ccc:ccc}\lambda^{ij}_{11} & \lambda^{ij}_{12} & \lambda^{ij}_{13} & & & \\ \lambda^{ij}_{21} & \lambda^{ij}_{22} & \lambda^{ij}_{23} & & [0] & \\ \lambda^{ij}_{31} & \lambda^{ij}_{32} & \lambda^{ij}_{33} & & & \\ \hdashline & & & \lambda^{ik}_{11} & \lambda^{ik}_{12} & \lambda^{ik}_{13}\\ & [0] & & \lambda^{ik}_{21} & \lambda^{ik}_{22} & \lambda^{ik}_{23}\\ & & & \lambda^{ik}_{31} & \lambda^{ik}_{32} & \lambda^{ik}_{33}\end{array}\right]$$

Μητρώο μετασχηματισμού μέλους χωρικού δικτυώματος

$$\left\{A^{i}\right\}=\begin{bmatrix}\left\{A^{ij}\right\}\\ \hdashline \left\{A^{ik}\right\}\end{bmatrix}=\begin{Bmatrix}F_1^{ij}\\ F_2^{ij}\\ F_3^{ij}\\ \hdashline F_1^{ik}\\ F_2^{ik}\\ F_3^{ik}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}F_1^{ij}\\ 0\\ 0\\ \hdashline F_1^{ik}\\ 0\\ 0\end{Bmatrix}=\left[\begin{array}{ccc:ccc}\lambda^{ij}_{11} & \lambda^{ij}_{12} & \lambda^{ij}_{13} & & & \\ \lambda^{ij}_{21} & \lambda^{ij}_{22} & \lambda^{ij}_{23} & & [0] & \\ \lambda^{ij}_{31} & \lambda^{ij}_{32} & \lambda^{ij}_{33} & & & \\ \hdashline & & & \lambda^{ik}_{11} & \lambda^{ik}_{12} & \lambda^{ik}_{13}\\ & [0] & & \lambda^{ik}_{21} & \lambda^{ik}_{22} & \lambda^{ik}_{23}\\ & & & \lambda^{ik}_{31} & \lambda^{ik}_{32} & \lambda^{ik}_{33}\end{array}\right]\begin{Bmatrix}\bar{F}_1^{ij}\\ \bar{F}_2^{ij}\\ \bar{F}_3^{ij}\\ \bar{F}_1^{ik}\\ \bar{F}_2^{ik}\\ \bar{F}_3^{ik}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\left[\Lambda^{ij}_{ST}\right] & [0]\\ [0] & \left[\Lambda^{ik}_{ST}\right]\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\left\{\bar{A}^{ij}\right\}\\ \hdashline \left\{\bar{A}^{ik}\right\}\end{bmatrix}=\left[\Lambda^{i}_{ST}\right]\left\{\bar{A}^{i}\right\}$$

$$\left[\Lambda^{ij}_{ST}\right]^{-1}=\left[\Lambda^{ij}_{ST}\right]^{T}$$

ΜΗΤΡΩΟ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ



$$\lambda_{mn}^{i} = \cos\varphi_{mn}^{i}$$

‘Ομοια για τα διανύσματα ακραίων μετατοπίσεων θα ισχύει

*Τα συνημίτονα κατεύθυνσης των γωνιών **φ** αποτελούν τα στοιχεία των μητρώων μετασχηματισμού*

$$\left\{D^i\right\} = \begin{bmatrix} \left\{D^{ij}\right\} \\ \hline \left\{D^{ik}\right\} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_1^{ij} \\ u_2^{ij} \\ u_3^{ij} \\ \hline u_1^{ik} \\ u_2^{ik} \\ u_3^{ik} \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \lambda_{11}^{ij} & \lambda_{12}^{ij} & \lambda_{13}^{ij} & & & \\ \lambda_{21}^{ij} & \lambda_{22}^{ij} & \lambda_{23}^{ij} & & [0] & \\ \lambda_{31}^{ij} & \lambda_{32}^{ij} & \lambda_{33}^{ij} & & & \\ \hline & & & \lambda_{11}^{ik} & \lambda_{12}^{ik} & \lambda_{13}^{ik} \\ & [0] & & \lambda_{21}^{ik} & \lambda_{22}^{ik} & \lambda_{23}^{ik} \\ & & & \lambda_{31}^{ik} & \lambda_{32}^{ik} & \lambda_{33}^{ik} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \overline{u}_1^{ij} \\ \overline{u}_2^{ij} \\ \overline{u}_3^{ij} \\ \hline \overline{u}_1^{ik} \\ \overline{u}_2^{ik} \\ \overline{u}_3^{ik} \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \left[\Lambda_{ST}^{ij}\right] & [0] \\ \hline [0] & \left[\Lambda_{ST}^{ik}\right] \end{array}\right] \begin{bmatrix} \left\{\overline{D}^{ij}\right\} \\ \hline \left\{\overline{D}^{ik}\right\} \end{bmatrix} = \left[\Lambda_{ST}^{i}\right]\left\{\overline{D}^{i}\right\}$$

ΤΟΠΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ΤΟΠΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

Μόρφωση τοπικού μητρώου στιβαρότητας μέλους χωρικού δικτυώματος

$$\begin{Bmatrix} F_1^{ij} \\ F_2^{ij} \\ F_3^{ij} \\ \hdashline F_1^{ik} \\ F_2^{ik} \\ F_3^{ik} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1^{ij} \\ 0 \\ 0 \\ \hdashline F_1^{ik} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11}^i & k_{12}^i & k_{13}^i & k_{14}^i & k_{15}^i & k_{16}^i \\ k_{21}^i & k_{22}^i & k_{23}^i & k_{24}^i & k_{25}^i & k_{26}^i \\ k_{31}^i & k_{32}^i & k_{33}^i & k_{34}^i & k_{35}^i & k_{36}^i \\ k_{41}^i & k_{42}^i & k_{43}^i & k_{44}^i & k_{45}^i & k_{46}^i \\ k_{51}^i & k_{52}^i & k_{53}^i & k_{54}^i & k_{55}^i & k_{56}^i \\ k_{61}^i & k_{62}^i & k_{63}^i & k_{64}^i & k_{65}^i & k_{66}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1^{ij} \\ u_2^{ij} \\ u_3^{ij} \\ \hdashline u_1^{ik} \\ u_2^{ik} \\ u_3^{ik} \end{Bmatrix} \Rightarrow$$

$$\begin{bmatrix} \left\{A^{ij}\right\} \\ \hdashline \left\{A^{ik}\right\} \end{bmatrix} = \left[\begin{array}{c:c} \left[k_{jj}^i\right] & \left[k_{jk}^i\right] \\ \hdashline \left[k_{kj}^i\right] & \left[k_{kk}^i\right] \end{array}\right] \begin{bmatrix} \left\{D^{ij}\right\} \\ \hdashline \left\{D^{ik}\right\} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$\left\{A^i\right\} = \left[k^i\right]\left\{D^i\right\}$$

το τυχόν στοιχείο k_{mn}^i του τοπικού μητρώου στιβαρότητας του μέλους i δηλώνει την αναπτυσσόμενη τοπική ακραία δράση κατά τον τοπικό βαθμό ελευθερίας m όταν επιβληθεί μοναδιαία και μοναδική ακραία μετακίνηση κατά τον τοπικό βαθμό ελευθερίας n του μέλους i , δηλαδή με ταυτόχρονο μηδενισμό των υπόλοιπων τοπικών βαθμών ελευθερίας του μέλους.

$$\left[k^i\right] = \left[\begin{array}{c:c} \left[k_{jj}^i\right] & \left[k_{jk}^i\right] \\ \hdashline \left[k_{kj}^i\right] & \left[k_{kk}^i\right] \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc:ccc} \frac{E^i A^i}{L^i} & 0 & 0 & -\frac{E^i A^i}{L^i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hdashline -\frac{E^i A^i}{L^i} & 0 & 0 & \frac{E^i A^i}{L^i} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$$

ΚΑΘΟΛΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ΚΑΘΟΛΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

Μόρφωση καθολικού μητρώου στιβαρότητας μέλους χωρικού δικτυώματος

Ζητείται να προσδιοριστεί η σχέση στιβαρότητας στοιχείου χωρικού δικτυώματος στο καθολικό σύστημα αξόνων

$$\begin{Bmatrix} \overline{F}_1^{ij} \\ \overline{F}_2^{ij} \\ \overline{F}_3^{ij} \\ \hdashline \overline{F}_1^{ik} \\ \overline{F}_2^{ik} \\ \overline{F}_3^{ik} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{k}_{11}^i & \overline{k}_{12}^i & \overline{k}_{13}^i & \overline{k}_{14}^i & \overline{k}_{15}^i & \overline{k}_{16}^i \\ \overline{k}_{21}^i & \overline{k}_{22}^i & \overline{k}_{23}^i & \overline{k}_{24}^i & \overline{k}_{25}^i & \overline{k}_{26}^i \\ \overline{k}_{31}^i & \overline{k}_{32}^i & \overline{k}_{33}^i & \overline{k}_{34}^i & \overline{k}_{35}^i & \overline{k}_{36}^i \\ \overline{k}_{41}^i & \overline{k}_{42}^i & \overline{k}_{43}^i & \overline{k}_{44}^i & \overline{k}_{45}^i & \overline{k}_{46}^i \\ \overline{k}_{51}^i & \overline{k}_{52}^i & \overline{k}_{53}^i & \overline{k}_{54}^i & \overline{k}_{55}^i & \overline{k}_{56}^i \\ \overline{k}_{61}^i & \overline{k}_{62}^i & \overline{k}_{63}^i & \overline{k}_{64}^i & \overline{k}_{65}^i & \overline{k}_{66}^i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \overline{u}_1^{ij} \\ \overline{u}_2^{ij} \\ \overline{u}_3^{ij} \\ \hdashline \overline{u}_1^{ik} \\ \overline{u}_2^{ik} \\ \overline{u}_3^{ik} \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \left\{\overline{A}^{ij}\right\} \\ \hdashline \left\{\overline{A}^{ik}\right\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left[\overline{k}_{jj}^i\right] & \left[\overline{k}_{jk}^i\right] \\ \left[\overline{k}_{kj}^i\right] & \left[\overline{k}_{kk}^i\right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left\{\overline{D}^{ij}\right\} \\ \hdashline \left\{\overline{D}^{ik}\right\} \end{bmatrix}$$

Προκειμένου να προσδιοριστεί η σχέση αυτή γράφεται αρχικά η αντίστοιχη σχέση στιβαρότητας στο τοπικό σύστημα αξόνων

$$\left\{A^i\right\} = \left[k^i\right]\left\{D^i\right\}$$

ΚΑΘΟΛΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

Αντικαθιστώντας στην τοπική σχέση στιβαρότητας $\left\{A^i\right\}=\left[k^i\right]\left\{D^i\right\}$ *τις σχέσεις*

$$\left\{A^i\right\}=\begin{bmatrix}\left\{A^{ij}\right\}\\ \hdashline \left\{A^{ik}\right\}\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c:c}\left[\Lambda_{ST}^{ij}\right] & [0]\\ \hdashline [0] & \left[\Lambda_{ST}^{ik}\right]\end{array}\right]\begin{bmatrix}\left\{\overline{A}^{ij}\right\}\\ \hdashline \left\{\overline{A}^{ik}\right\}\end{bmatrix}=\left[\Lambda_{ST}^{i}\right]\left\{\overline{A}^{i}\right\}$$

$$\left\{D^i\right\}=\begin{bmatrix}\left\{D^{ij}\right\}\\ \hdashline \left\{D^{ik}\right\}\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c:c}\left[\Lambda_{ST}^{ij}\right] & [0]\\ \hdashline [0] & \left[\Lambda_{ST}^{ik}\right]\end{array}\right]\begin{bmatrix}\left\{\overline{D}^{ij}\right\}\\ \hdashline \left\{\overline{D}^{ik}\right\}\end{bmatrix}=\left[\Lambda_{ST}^{i}\right]\left\{\overline{D}^{i}\right\}$$

και με τη βοήθεια της ορθοκανονικότητας των μητρώων μετα-σχηματισμού ***προκύπτει η καθολική σχέση στιβαρότητας*** $\left\{\overline{A}^i\right\}=\left[\overline{k}^i\right]\left\{\overline{D}^i\right\}$

ως $\left\{\overline{A}^i\right\}=\left[\Lambda_{ST}^{i}\right]^T\left[k^i\right]\left[\Lambda_{ST}^{i}\right]\left\{\overline{D}^i\right\}$ *όπου* $\left[\overline{k}^i\right]=\left[\Lambda_{ST}^{i}\right]^T\left[k^i\right]\left[\Lambda_{ST}^{i}\right]$

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΕΠΙΚΟΜΒΙΩΝ ΔΡΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΑ ΕΠΙΚΟΜΒΙΩΝ ΔΡΑΣΕΩΝ ΚΑΙ ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΕΩΝ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

Συνιστώσες των επικόμβιων δράσεων και επικόμβιων μετατοπίσεων των N κόμβων δικτυώματος

Γραφή με άνω (αριθμός κόμβου) και κάτω (αριθμός καθολικού άξονα) δείκτη

$$\left\{\overline{P}\right\}=\begin{bmatrix}\left\{\overline{P}^{(1)}\right\}\\ \hline \left\{\overline{P}^{(2)}\right\}\\ \hline \vdots \\ \hline \left\{\overline{P}^{(N)}\right\}\end{bmatrix}=\left\{\begin{array}{c}\overline{P}_1^{(1)}\\ \overline{P}_2^{(1)}\\ \overline{P}_3^{(1)}\\ \hline \overline{P}_1^{(2)}\\ \overline{P}_2^{(2)}\\ \overline{P}_3^{(2)}\\ \hline \vdots \\ \hline \overline{P}_1^{(N)}\\ \overline{P}_2^{(N)}\\ \overline{P}_3^{(N)}\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}\overline{P}_1\\ \overline{P}_2\\ \overline{P}_3\\ \hline \overline{P}_4\\ \overline{P}_5\\ \overline{P}_6\\ \hline \vdots \\ \hline \overline{P}_{3N-2}\\ \overline{P}_{3N-1}\\ \overline{P}_{3N}\end{array}\right\}$$

Γραφή με κάτω δείκτη (βαθμός ελευθερίας κίνησης δικτυώματος)

Εναλλακτικές μορφές γραφής διανυσμάτων

$$\left\{\overline{\Delta}\right\}=\begin{bmatrix}\left\{\overline{\Delta}^{(1)}\right\}\\ \hline \left\{\overline{\Delta}^{(2)}\right\}\\ \hline \vdots \\ \hline \left\{\overline{\Delta}^{(N)}\right\}\end{bmatrix}=\left\{\begin{array}{c}\overline{\Delta}_1^{(1)}\\ \overline{\Delta}_2^{(1)}\\ \overline{\Delta}_3^{(1)}\\ \hline \overline{\Delta}_1^{(2)}\\ \overline{\Delta}_2^{(2)}\\ \overline{\Delta}_3^{(2)}\\ \hline \vdots \\ \hline \overline{\Delta}_1^{(N)}\\ \overline{\Delta}_2^{(N)}\\ \overline{\Delta}_3^{(N)}\end{array}\right\}=\left\{\begin{array}{c}\overline{\Delta}_1\\ \overline{\Delta}_2\\ \overline{\Delta}_3\\ \hline \overline{\Delta}_4\\ \overline{\Delta}_5\\ \overline{\Delta}_6\\ \hline \vdots \\ \hline \overline{\Delta}_{3N-2}\\ \overline{\Delta}_{3N-1}\\ \overline{\Delta}_{3N}\end{array}\right\}$$

Από τις μετατοπίσεις των κόμβων κάποιες είναι γνωστές και οι υπόλοιπες άγνωστες, ανάλογα με το εάν οι αντίστοιχοι βαθμοί ελευθερίας κόμβου είναι δεσμευμένοι ή ελεύθεροι. Αντίστοιχα, υπάρχουν γνωστές δράσεις, που είναι τα εξωτερικά φορτία των κόμβων και άγνωστες, που είναι οι αντιδράσεις στηρίξεων.

ΚΑΘΟΛΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ΚΑΘΟΛΙΚΟ ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

Μόρφωση καθολικού μητρώου στιβαρότητας φορέα χωρικού δικτυώματος

$$\begin{bmatrix} \{\overline{P}^{(1)}\} \\ \{\overline{P}^{(2)}\} \\ \vdots \\ \{\overline{P}^{(N)}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\overline{K}_{11}] & [\overline{K}_{12}] & \dots & [\overline{K}_{1,N}] \\ [\overline{K}_{21}] & [\overline{K}_{22}] & \dots & [\overline{K}_{2,N}] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ [\overline{K}_{N,1}] & [\overline{K}_{N,2}] & \dots & [\overline{K}_{N,N}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\overline{\Delta}^{(1)}\} \\ \{\overline{\Delta}^{(2)}\} \\ \vdots \\ \{\overline{\Delta}^{(N)}\} \end{bmatrix}$$

$$[\overline{K}_{nm}] = \begin{bmatrix} \overline{K}_{11}^{nm} & \overline{K}_{12}^{nm} & \overline{K}_{13}^{nm} \\ \overline{K}_{21}^{nm} & \overline{K}_{22}^{nm} & \overline{K}_{23}^{nm} \\ \overline{K}_{31}^{nm} & \overline{K}_{32}^{nm} & \overline{K}_{33}^{nm} \end{bmatrix}$$

$$\{\overline{P}^{(n)}\} = \begin{Bmatrix} \overline{P}_1^{(n)} \\ \overline{P}_2^{(n)} \\ \overline{P}_3^{(n)} \end{Bmatrix}$$

$$\{\overline{\Delta}^{(m)}\} = \begin{Bmatrix} \overline{\Delta}_1^{(m)} \\ \overline{\Delta}_2^{(m)} \\ \overline{\Delta}_3^{(m)} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \overline{P}_1 \\ \overline{P}_2 \\ \overline{P}_3 \\ \hdashline \overline{P}_4 \\ \overline{P}_5 \\ \overline{P}_6 \\ \hdashline \vdots \\ \hdashline \overline{P}_{3N-2} \\ \overline{P}_{3N-1} \\ \overline{P}_{3N} \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{ccc:ccc:c:ccc} \overline{K}_{11} & \overline{K}_{12} & \overline{K}_{13} & \overline{K}_{14} & \overline{K}_{15} & \overline{K}_{16} & \dots & \overline{K}_{1,3N-2} & \overline{K}_{1,3N-1} & \overline{K}_{1,3N} \\ \overline{K}_{21} & \overline{K}_{22} & \overline{K}_{23} & \overline{K}_{24} & \overline{K}_{25} & \overline{K}_{26} & \dots & \overline{K}_{2,3N-2} & \overline{K}_{2,3N-1} & \overline{K}_{2,3N} \\ \overline{K}_{31} & \overline{K}_{32} & \overline{K}_{33} & \overline{K}_{34} & \overline{K}_{35} & \overline{K}_{36} & \dots & \overline{K}_{3,3N-2} & \overline{K}_{3,3N-1} & \overline{K}_{3,3N} \\ \hdashline \overline{K}_{41} & \overline{K}_{42} & \overline{K}_{43} & \overline{K}_{44} & \overline{K}_{45} & \overline{K}_{46} & \dots & \overline{K}_{4,3N-2} & \overline{K}_{4,3N-1} & \overline{K}_{4,3N} \\ \overline{K}_{51} & \overline{K}_{52} & \overline{K}_{53} & \overline{K}_{54} & \overline{K}_{55} & \overline{K}_{56} & \dots & \overline{K}_{5,3N-2} & \overline{K}_{5,3N-1} & \overline{K}_{5,3N} \\ \overline{K}_{61} & \overline{K}_{62} & \overline{K}_{63} & \overline{K}_{64} & \overline{K}_{65} & \overline{K}_{66} & \dots & \overline{K}_{6,3N-2} & \overline{K}_{6,3N-1} & \overline{K}_{6,3N} \\ \hdashline \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hdashline \overline{K}_{3N-2,1} & \overline{K}_{3N-2,2} & \overline{K}_{3N-2,3} & \overline{K}_{3N-2,4} & \overline{K}_{3N-2,5} & \overline{K}_{3N-2,6} & \dots & \overline{K}_{3N-2,3N-2} & \overline{K}_{3N-2,3N-1} & \overline{K}_{3N-2,3N} \\ \overline{K}_{3N-1,1} & \overline{K}_{3N-1,2} & \overline{K}_{3N-1,3} & \overline{K}_{3N-1,4} & \overline{K}_{3N-1,5} & \overline{K}_{3N-1,6} & \dots & \overline{K}_{3N-1,3N-2} & \overline{K}_{3N-1,3N-1} & \overline{K}_{3N-1,3N} \\ \overline{K}_{3N,1} & \overline{K}_{3N,2} & \overline{K}_{3N,3} & \overline{K}_{3N,4} & \overline{K}_{3N,5} & \overline{K}_{3N,6} & \dots & \overline{K}_{3N,3N-2} & \overline{K}_{3N,3N-1} & \overline{K}_{3N,3N} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \overline{\Delta}_1 \\ \overline{\Delta}_2 \\ \overline{\Delta}_3 \\ \hdashline \overline{\Delta}_4 \\ \overline{\Delta}_5 \\ \overline{\Delta}_6 \\ \hdashline \vdots \\ \hdashline \overline{\Delta}_{3N-2} \\ \overline{\Delta}_{3N-1} \\ \overline{\Delta}_{3N} \end{Bmatrix}$$

Καθολικό μητρώο στιβαρό-τητας φορέα

ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ (ΑΝΑΔΙΑΤΑΞΗ) ΚΑΘΟΛΙΚΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ

ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ (ΑΝΑΔΙΑΤΑΞΗ) ΚΑΘΟΛΙΚΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ

Τροποποιημένα (λόγω αναδιάταξης) διανύσματα επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων δικτυώματος

$$\left\{\overline{P}_m\right\} = \begin{bmatrix} \left\{\overline{P}_f\right\} \\ \text{------} \\ \left\{\overline{P}_s\right\} \end{bmatrix} = [V]\left\{\overline{P}\right\} \qquad \left\{\overline{\Delta}_m\right\} = \begin{bmatrix} \left\{\overline{\Delta}_f\right\} \\ \text{------} \\ \left\{\overline{\Delta}_s\right\} \end{bmatrix} = [V]\left\{\overline{\Delta}\right\}$$

*Είναι προφανές ότι η προαναφερθείσα αναδιάταξη θα έχει ως άμεσο αποτέλεσμα και την **απαιτούμενη τροποποίηση του καθολικού μητρώου στιβαρότητας** του δικτυώματος.*

$$\left\{\overline{P}\right\} = [V]^T \left\{\overline{P}_m\right\}$$

$$\left\{\overline{\Delta}\right\} = [V]^T \left\{\overline{\Delta}_m\right\}$$

$$\left\{\overline{P}\right\} = \left[\overline{K}\right]\left\{\overline{\Delta}\right\} \Rightarrow [V]^T \left\{\overline{P}_m\right\} = \left[\overline{K}\right][V]^T \left\{\overline{\Delta}_m\right\} \xrightarrow{[V][V]^T = [I]}$$

$$\Rightarrow \left\{\overline{P}_m\right\} = [V]\left[\overline{K}\right][V]^T \left\{\overline{\Delta}_m\right\}$$

$$\left\{\overline{P}_m\right\} = \left[\overline{K}_m\right]\left\{\overline{\Delta}_m\right\}$$

Τροποποιημένο (αναδιατεταγμένο) καθολικό μητρώο στιβαρότητας

$$\left[\overline{K}_m\right] = [V]\left[\overline{K}\right][V]^T$$

ΤΡΟΠΟΠΟΙΗΣΗ (ΑΝΑΔΙΑΤΑΞΗ) ΚΑΘΟΛΙΚΟΥ ΜΗΤΡΩΟΥ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ

Τροποποιημένη (αναδιατεταγμένη) μητρωική εξίσωση ισορροπίας

$$\left\{\overline{P}_m\right\}=\left[\overline{K}_m\right]\left\{\overline{\Delta}_m\right\}$$

πλήθος ελεύθερων και δεσμευμένων βαθμών ελευθερίας $N_f+N_s=2N$

$$\begin{bmatrix}\left\{\overline{P}_f\right\}\\ \hdashline \left\{\overline{P}_s\right\}\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c:c}\left[\overline{K}_{ff}\right] & \left[\overline{K}_{fs}\right]\\ \hdashline \left[\overline{K}_{sf}\right] & \left[\overline{K}_{ss}\right]\end{array}\right]\begin{bmatrix}\left\{\overline{\Delta}_f\right\}\\ \hdashline \left\{\overline{\Delta}_s\right\}\end{bmatrix}$$

$$\left\{\overline{P}_f\right\}=\left[\overline{K}_{ff}\right]\left\{\overline{\Delta}_f\right\}+\left[\overline{K}_{fs}\right]\left\{\overline{\Delta}_s\right\}$$

$$\left\{\overline{P}_s\right\}=\left[\overline{K}_{sf}\right]\left\{\overline{\Delta}_f\right\}+\left[\overline{K}_{ss}\right]\left\{\overline{\Delta}_s\right\}$$

$$\left\{\overline{\Delta}_f\right\}=\left[\overline{K}_{ff}\right]^{-1}\left(\left\{\overline{P}_f\right\}-\left[\overline{K}_{fs}\right]\left\{\overline{\Delta}_s\right\}\right)$$

$$\left\{\overline{P}_s\right\}=\left[\overline{K}_{sf}\right]\left\{\overline{\Delta}_f\right\}+\left[\overline{K}_{ss}\right]\left\{\overline{\Delta}_s\right\}$$

Επίλυση –
Επικόμβιες μετατοπίσεις κατά τους ελεύθερους και επικόβιες δράσεις (αντιδράσεις) κατά τους δεσμευμένους β.ε.

ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΜΕΛΩΝ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

ΕΣΩΤΕΡΙΚΑ ΕΝΤΑΤΙΚΑ ΜΕΓΕΘΗ ΜΕΛΩΝ ΧΩΡΙΚΟΥ ΔΙΚΤΥΩΜΑΤΟΣ

Υπολογισμός εσωτερικών εντατικών μεγεθών μελών δικτυώματος

$$\left\{A^i\right\} = \left\{A_r^i\right\} + \left[k^i\right]\left\{D^i\right\}$$

επαλληλία παγιωμένου και ισοδύναμου φορέα

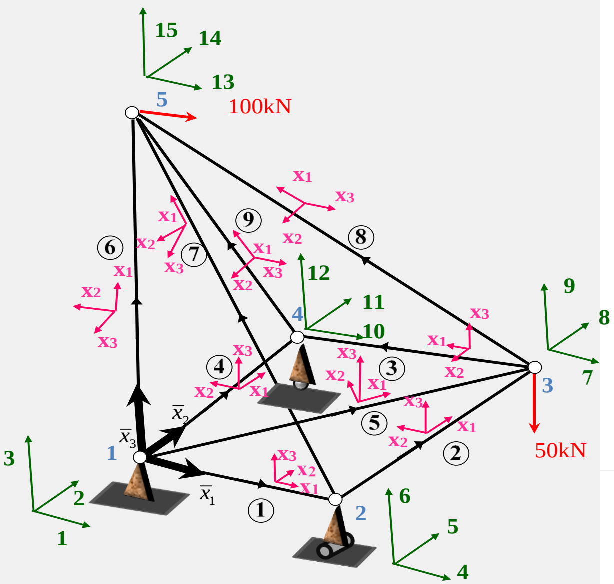
Ή πιο αναλυτικά λαμβάνοντας υπόψη τη σχέση τοπικών – καθολικών μετατοπίσεων

$$\left\{A^i\right\} = \left\{A_r^i\right\} + \left[k^i\right]\left[\Lambda_{ST}^i\right]\left\{\overline{D}^i\right\}$$

Το καθολικό μητρώο ακραίων μετατοπίσεων $\left\{\overline{D}^i\right\}$ *μπορεί να μορφωθεί γνωρίζοντας από την επίλυση της σχέσης στιβαρότητας το μητρώο των καθολικών επικόμβιων μετατοπίσεων του δικτυώματος* $\left\{\overline{\Delta}\right\}$ *και λαμβάνοντας από αυτό τα κατάλληλα στοιχεία ανάλογα με τους κόμβους άκρων του μέλους i .*

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Στοιχεία γεωμετρίας μελών

- Μέλος (1): $\varphi_{11}^{1j} = \varphi_{11}^{1k} = 0.0^o$, $\varphi_{12}^{1j} = \varphi_{12}^{1k} = 90.0^o$, $\varphi_{13}^{1j} = \varphi_{13}^{1k} = 90.0^o$

  $\varphi_{21}^{1j} = \varphi_{21}^{1k} = 90.0^o$, $\varphi_{22}^{1j} = \varphi_{22}^{1k} = 0.0^o$, $\varphi_{23}^{1j} = \varphi_{23}^{1k} = 90.0^o$

  $\varphi_{31}^{1j} = \varphi_{31}^{1k} = 90.0^o$, $\varphi_{32}^{1j} = \varphi_{32}^{1k} = 90.0^o$, $\varphi_{33}^{1j} = \varphi_{33}^{1k} = 0.0^o$

- Μέλος (2): $\varphi_{11}^{2j} = \varphi_{11}^{2k} = 90.0^o$, $\varphi_{12}^{2j} = \varphi_{12}^{2k} = 0.0^o$, $\varphi_{13}^{2j} = \varphi_{13}^{2k} = 90.0^o$

  $\varphi_{21}^{2j} = \varphi_{21}^{2k} = 180.0^o$, $\varphi_{22}^{2j} = \varphi_{22}^{2k} = 90.0^o$, $\varphi_{23}^{2j} = \varphi_{23}^{2k} = 90.0^o$

  $\varphi_{31}^{2j} = \varphi_{31}^{2k} = 90.0^o$, $\varphi_{32}^{2j} = \varphi_{32}^{2k} = 90.0^o$, $\varphi_{33}^{2j} = \varphi_{33}^{2k} = 0.0^o$

- Μέλος (3): $\varphi_{11}^{3j} = \varphi_{11}^{3k} = 180.0^o$, $\varphi_{12}^{3j} = \varphi_{12}^{3k} = 90.0^o$, $\varphi_{13}^{3j} = \varphi_{13}^{3k} = 90.0^o$

  $\varphi_{21}^{3j} = \varphi_{21}^{3k} = 90.0^o$, $\varphi_{22}^{3j} = \varphi_{22}^{3k} = 180.0^o$, $\varphi_{23}^{3j} = \varphi_{23}^{3k} = 90.0^o$

  $\varphi_{31}^{3j} = \varphi_{31}^{3k} = 90.0^o$, $\varphi_{32}^{3j} = \varphi_{32}^{3k} = 90.0^o$, $\varphi_{33}^{3j} = \varphi_{33}^{3k} = 0.0^o$

- Μέλος (4): $\varphi_{11}^{4j} = \varphi_{11}^{4k} = 90.0^o$, $\varphi_{12}^{4j} = \varphi_{12}^{4k} = 0.0^o$, $\varphi_{13}^{4j} = \varphi_{13}^{4k} = 90.0^o$

  $\varphi_{21}^{4j} = \varphi_{21}^{4k} = 180.0^o$, $\varphi_{22}^{4j} = \varphi_{22}^{4k} = 90.0^o$, $\varphi_{23}^{4j} = \varphi_{23}^{4k} = 90.0^o$

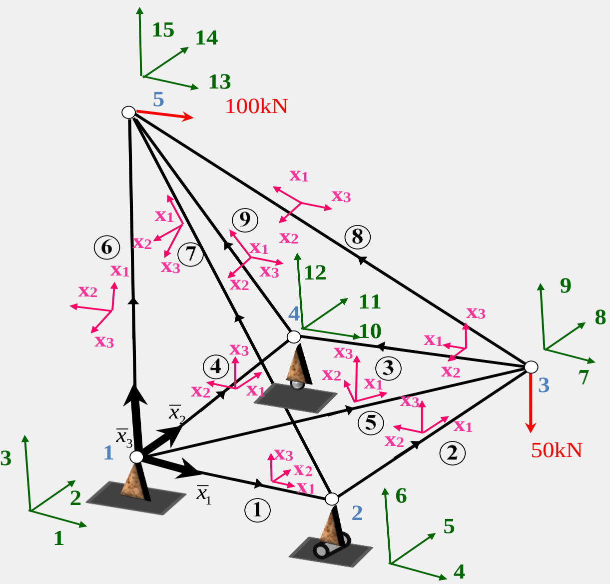
  $\varphi_{31}^{4j} = \varphi_{31}^{4k} = 90.0^o$, $\varphi_{32}^{4j} = \varphi_{32}^{4k} = 90.0^o$, $\varphi_{33}^{4j} = \varphi_{33}^{4k} = 0.0^o$

- Μέλος (5): $\varphi_{11}^{5j} = \varphi_{11}^{5k} = 53.13^o$, $\varphi_{12}^{5j} = \varphi_{12}^{5k} = 36.87^o$, $\varphi_{13}^{5j} = \varphi_{13}^{5k} = 90.0^o$

  $\varphi_{21}^{5j} = \varphi_{21}^{5k} = 143.13^o$, $\varphi_{22}^{5j} = \varphi_{22}^{5k} = 53.13^o$, $\varphi_{23}^{5j} = \varphi_{23}^{5k} = 90.0^o$

  $\varphi_{31}^{5j} = \varphi_{31}^{5k} = 90.0^o$, $\varphi_{32}^{5j} = \varphi_{32}^{5k} = 90.0^o$, $\varphi_{33}^{5j} = \varphi_{33}^{5k} = 0.0^o$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Στοιχεία γεωμετρίας μελών

- Μέλος (6): $\varphi_{11}^{6j}=\varphi_{11}^{6k}=90.0^o$, $\varphi_{12}^{6j}=\varphi_{12}^{6k}=90.0^o$, $\varphi_{13}^{6j}=\varphi_{13}^{6k}=0.0^o$

  $\varphi_{21}^{6j}=\varphi_{21}^{6k}=180.0^o$, $\varphi_{22}^{6j}=\varphi_{22}^{6k}=90.0^o$, $\varphi_{23}^{6j}=\varphi_{23}^{6k}=90.0^o$

  $\varphi_{31}^{6j}=\varphi_{31}^{6k}=90.0^o$, $\varphi_{32}^{6j}=\varphi_{32}^{6k}=180.0^o$, $\varphi_{33}^{6j}=\varphi_{33}^{6k}=90.0^o$

- Μέλος (7): $\varphi_{11}^{7j}=\varphi_{11}^{7k}=126.87^o$, $\varphi_{12}^{7j}=\varphi_{12}^{7k}=90.0^o$, $\varphi_{13}^{7j}=\varphi_{13}^{7k}=36.87^o$

  $\varphi_{21}^{7j}=\varphi_{21}^{7k}=143.13^o$, $\varphi_{22}^{7j}=\varphi_{22}^{7k}=90.0^o$, $\varphi_{23}^{7j}=\varphi_{23}^{7k}=126.87^o$

  $\varphi_{31}^{7j}=\varphi_{31}^{7k}=90.0^o$, $\varphi_{32}^{7j}=\varphi_{32}^{7k}=180.0^o$, $\varphi_{33}^{7j}=\varphi_{33}^{7k}=90.0^o$

- Μέλος (8): $\varphi_{11}^{8j}=\varphi_{11}^{8k}=117.94^o$, $\varphi_{12}^{8j}=\varphi_{12}^{8k}=117.94^o$, $\varphi_{13}^{8j}=\varphi_{13}^{8k}=51.34^o$

  $\varphi_{21}^{8j}=\varphi_{21}^{8k}=126.87^o$, $\varphi_{22}^{8j}=\varphi_{22}^{8k}=36.87^o$, $\varphi_{23}^{8j}=\varphi_{23}^{8k}=90.0^o$

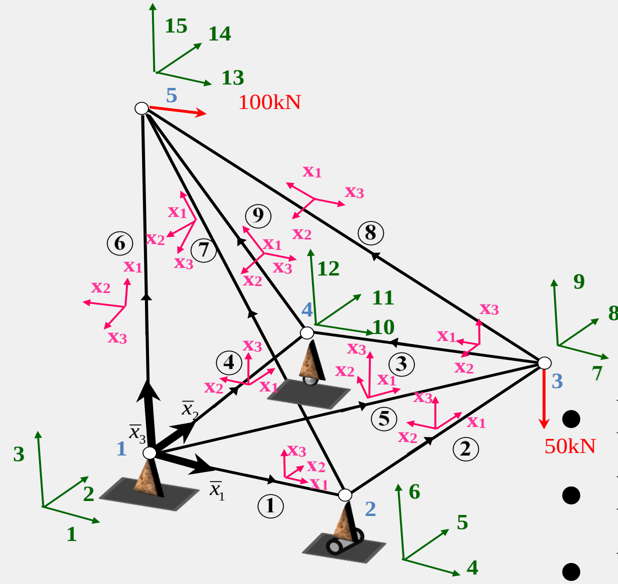
  $\varphi_{31}^{8j}=\varphi_{31}^{8k}=117.94^o$, $\varphi_{32}^{8j}=\varphi_{32}^{8k}=117.94^o$, $\varphi_{33}^{8j}=\varphi_{33}^{8k}=141.34^o$

- Μέλος (9): $\varphi_{11}^{9j}=\varphi_{11}^{9k}=90.0^o$, $\varphi_{12}^{9j}=\varphi_{12}^{9k}=135.0^o$, $\varphi_{13}^{9j}=\varphi_{13}^{9k}=45.0^o$

  $\varphi_{21}^{9j}=\varphi_{21}^{9k}=180.0^o$, $\varphi_{22}^{9j}=\varphi_{22}^{9k}=90.0^o$, $\varphi_{23}^{9j}=\varphi_{23}^{9k}=90.0^o$

  $\varphi_{31}^{9j}=\varphi_{31}^{9k}=90.0^o$, $\varphi_{32}^{9j}=\varphi_{32}^{9k}=135.0^o$, $\varphi_{33}^{9j}=\varphi_{33}^{9k}=45.0^o$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

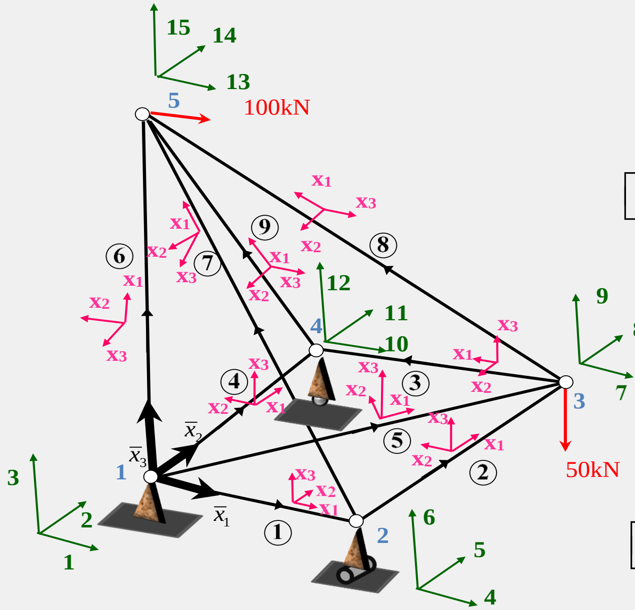


Μόρφωση καθολικών μητρώων στιβαρότητας μελών

Στοιχεία γεωμετρίας και υλικού μελών

- Μέλος (1) : $E^1 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^1 = 10cm^2,\quad L^1 = 3.0m$
- Μέλος (2) : $E^2 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^2 = 10cm^2,\quad L^2 = 4.0m$
- Μέλος (3) : $E^3 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^3 = 10cm^2,\quad L^3 = 3.0m$
- Μέλος (4) : $E^4 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^4 = 10cm^2,\quad L^4 = 4.0m$
- Μέλος (5) : $E^5 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^4 = 10cm^2,\quad L^5 = 5.0m$
- Μέλος (6) : $E^6 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^4 = 10cm^2,\quad L^6 = 4.0m$
- Μέλος (7) : $E^7 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^7 = 10cm^2,\quad L^7 = 5.0m$
- Μέλος (8) : $E^8 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^8 = 10cm^2,\quad L^8 = 6.403m$
- Μέλος (9) : $E^8 = 2.1\times10^8 kN/m^2,\quad A^8 = 10cm^2,\quad L^8 = 5.657m$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ



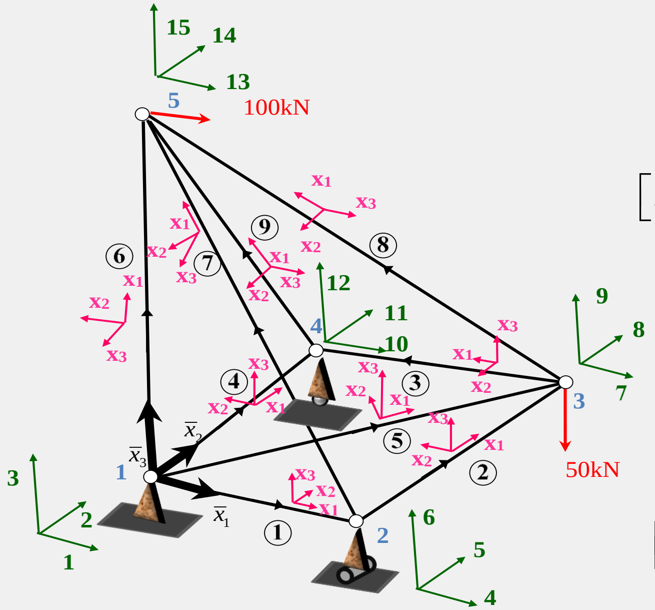
Καθολικά μητρώα στιβαρότητας μελών

$$\left[\bar{k}^1\right] = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{array} \\ \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} & \begin{bmatrix} 70000.00 & 0 & 0 & -70000.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -70000.00 & 0 & 0 & 70000.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\left[\bar{k}^2\right] = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array} \\ \begin{array}{c} 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 52500.00 & 0 & 0 & -52500.00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -52500.00 & 0 & 0 & 52500.00 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\left[\bar{k}^3\right] = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cccccc} 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \end{array} \\ \begin{array}{c} 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{array} & \begin{bmatrix} 70000.00 & 0 & 0 & -70000.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -70000.00 & 0 & 0 & 70000.00 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ



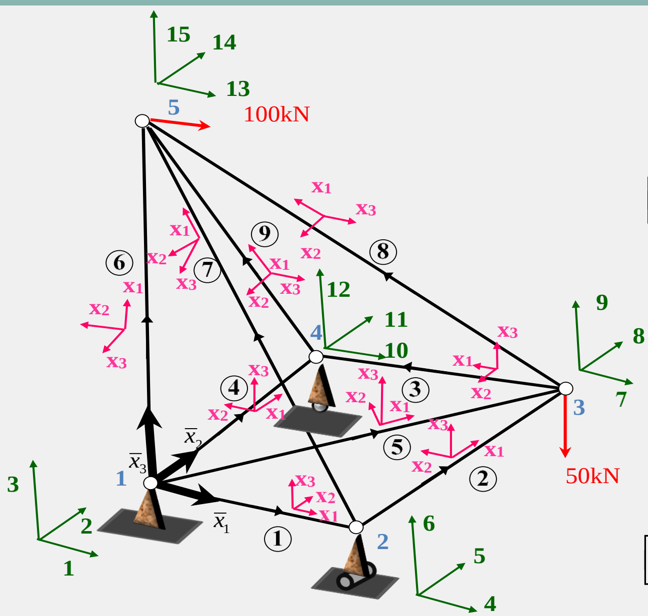
$$\left[\bar{k}^{4}\right]=\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\10\\11\\12\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&10&11&12\end{array}\\ \left[\begin{array}{ccc:ccc}0&0&0&0&0&0\\0&52500.00&0&0&-52500.00&0\\0&0&0&0&0&0\\ \hdashline 0&0&0&0&0&0\\0&-52500.00&0&0&52500.00&0\\0&0&0&0&0&0\end{array}\right]\end{array}$$

$$\left[\bar{k}^{5}\right]=\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\7\\8\\9\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&7&8&9\end{array}\\ \left[\begin{array}{ccc:ccc}15120.07&20160.02&0&-15120.07&-20160.02&0\\20160.02&26879.93&0&-20160.02&-26879.93&0\\0&0&0&0&0&0\\ \hdashline -15120.07&-20160.02&0&15120.07&20160.02&0\\-20160.02&-26879.93&0&20160.02&26879.93&0\\0&0&0&0&0&0\end{array}\right]\end{array}$$

$$\left[\bar{k}^{6}\right]=\begin{array}{c} \\ 1\\2\\3\\13\\14\\15\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{cccccc}1&2&3&13&14&15\end{array}\\ \left[\begin{array}{ccc|ccc}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&52500.00&0&0&-52500.00\\ \hline 0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\\0&0&-52500.00&0&0&52500.00\end{array}\right]\end{array}$$

Καθολικά μητρώα στιβαρότητας μελών

ΕΦΑΡΜΟΓΗ



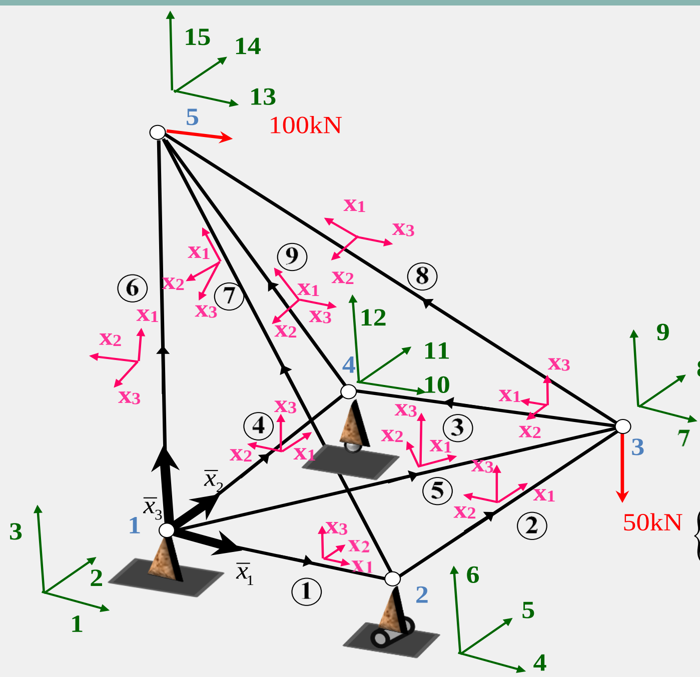
$$
\left[\bar{k}^{7}\right]=
\begin{array}{c}
 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 13 \\ 14 \\ 15
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 4 & 5 & 6 & 13 & 14 & 15 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|ccc}
15120.07 & 0 & -20160.02 & -15120.07 & 0 & 20160.02 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-20160.02 & 0 & 26879.93 & 20160.02 & 0 & -26879.93 \\
\hline
-15120.07 & 0 & 20160.02 & 15120.07 & 0.00 & -20160.02 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
20160.02 & 0 & -26879.93 & -20160.02 & 0.00 & 26879.93
\end{array}\right]
\end{array}
$$

$$
\left[\bar{k}^{8}\right]=
\begin{array}{c}
 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 13 \\ 14 \\ 15
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 7 & 8 & 9 & 13 & 14 & 15 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|ccc}
7200.15 & 9599.72 & -9599.72 & -7200.15 & -9599.72 & 9599.72 \\
9599.72 & 12798.99 & -12798.99 & -9599.72 & -12798.99 & 12798.99 \\
-9599.72 & -12798.99 & 12798.99 & 9599.72 & 12798.99 & -12798.99 \\
\hline
-7200.15 & -9599.72 & 9599.72 & 7200.15 & 9599.72 & -9599.72 \\
-9599.72 & -12798.99 & 12798.99 & 9599.72 & 12798.99 & -12798.99 \\
9599.72 & 12798.99 & -12798.99 & -9599.72 & -12798.99 & 12798.99
\end{array}\right]
\end{array}
$$

Καθολικά μητρώα στιβαρότητας μελών

$$
\left[\bar{k}^{9}\right]=
\begin{array}{c}
 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccc|ccc}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 18561.07 & -18561.07 & 0 & -18561.07 & 18561.07 \\
0 & -18561.07 & 18561.07 & 0 & 18561.07 & -18561.07 \\
\hline
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -18561.07 & 18561.07 & 0 & 18561.07 & -18561.07 \\
0 & 18561.07 & -18561.07 & 0 & -18561.07 & 18561.07
\end{array}\right]
\end{array}
$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

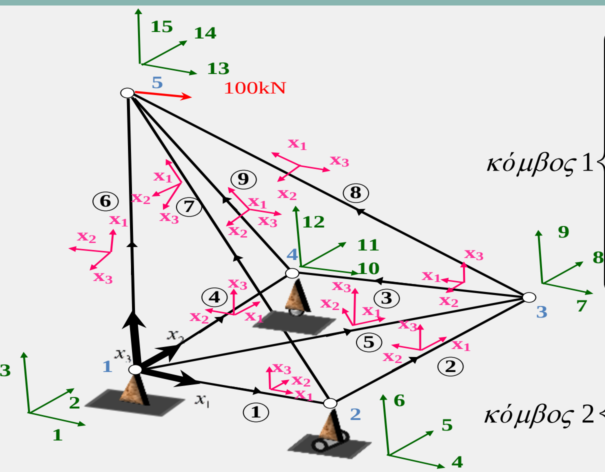


Διανύσματα επικόμβιων δράσεων και μετατοπίσεων δικτυώματος

$$\{\bar{P}\} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1^{(1)} \\ \bar{P}_2^{(1)} \\ \bar{P}_3^{(1)} \\ \hdashline \bar{P}_1^{(2)} \\ \bar{P}_2^{(2)} \\ \bar{P}_3^{(2)} \\ \hdashline \bar{P}_1^{(3)} \\ \bar{P}_2^{(3)} \\ \bar{P}_3^{(3)} \\ \hdashline \bar{P}_1^{(4)} \\ \bar{P}_2^{(4)} \\ \bar{P}_3^{(4)} \\ \hdashline \bar{P}_1^{(5)} \\ \bar{P}_2^{(5)} \\ \bar{P}_3^{(5)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \\ \bar{P}_3 \\ \hdashline \bar{P}_4 \\ \bar{P}_5 \\ \bar{P}_6 \\ \hdashline \bar{P}_7 \\ \bar{P}_8 \\ \bar{P}_9 \\ \hdashline \bar{P}_{10} \\ \bar{P}_{11} \\ \bar{P}_{12} \\ \hdashline \bar{P}_{13} \\ \bar{P}_{14} \\ \bar{P}_{15} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{R}_1 \\ \bar{R}_2 \\ \bar{R}_3 \\ \hdashline 0 \\ \bar{R}_5 \\ \bar{R}_6 \\ \hdashline 0 \\ 0 \\ -50 \\ \hdashline 0 \\ 0 \\ \bar{R}_{12} \\ \hdashline 100 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

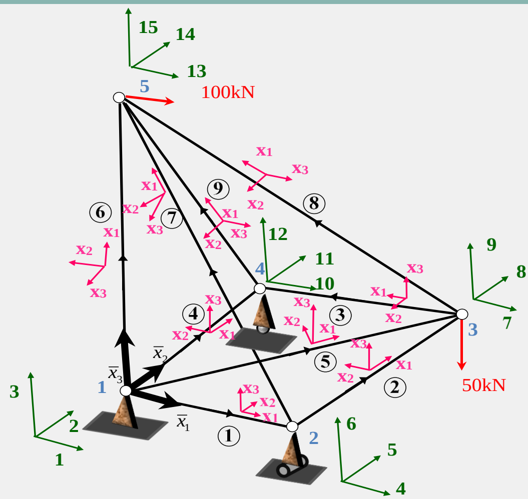
$$\{\bar{\Delta}\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1^{(1)} \\ \bar{\Delta}_2^{(1)} \\ \bar{\Delta}_3^{(1)} \\ \hdashline \bar{\Delta}_1^{(2)} \\ \bar{\Delta}_2^{(2)} \\ \bar{\Delta}_3^{(2)} \\ \hdashline \bar{\Delta}_1^{(3)} \\ \bar{\Delta}_2^{(3)} \\ \bar{\Delta}_3^{(3)} \\ \hdashline \bar{\Delta}_1^{(4)} \\ \bar{\Delta}_2^{(4)} \\ \bar{\Delta}_3^{(4)} \\ \hdashline \bar{\Delta}_1^{(5)} \\ \bar{\Delta}_2^{(5)} \\ \bar{\Delta}_3^{(5)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1 \\ \bar{\Delta}_2 \\ \bar{\Delta}_3 \\ \hdashline \bar{\Delta}_4 \\ \bar{\Delta}_5 \\ \bar{\Delta}_6 \\ \hdashline \bar{\Delta}_7 \\ \bar{\Delta}_8 \\ \bar{\Delta}_9 \\ \hdashline \bar{\Delta}_{10} \\ \bar{\Delta}_{11} \\ \bar{\Delta}_{12} \\ \hdashline \bar{\Delta}_{13} \\ \bar{\Delta}_{14} \\ \bar{\Delta}_{15} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \hdashline \bar{\Delta}_4 \\ 0 \\ 0 \\ \hdashline \bar{\Delta}_7 \\ \bar{\Delta}_8 \\ \bar{\Delta}_9 \\ \hdashline \bar{\Delta}_{10} \\ \bar{\Delta}_{11} \\ 0 \\ \hdashline \bar{\Delta}_{13} \\ \bar{\Delta}_{14} \\ \bar{\Delta}_{15} \end{Bmatrix}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ



$$
\left[\bar{K}\right] =
\begin{array}{c}
\\
\text{κόμβος } 1 \\
\text{κόμβος } 2 \\
\text{κόμβος } 3 \\
\text{κόμβος } 4 \\
\text{κόμβος } 5
\end{array}
\left[
\begin{array}{c:c:c:c:c}
\text{κόμβος } 1 & \text{κόμβος } 2 & \text{κόμβος } 3 & \text{κόμβος } 4 & \text{κόμβος } 5 \\
\left[\bar{k}^{1}_{jj}\right]+\left[\bar{k}^{4}_{jj}\right]+\left[\bar{k}^{5}_{jj}\right]+\left[\bar{k}^{6}_{jj}\right] & \left[\bar{k}^{1}_{jk}\right] & \left[\bar{k}^{5}_{jk}\right] & \left[\bar{k}^{4}_{jk}\right] & \left[\bar{k}^{6}_{jk}\right] \\
\hdashline
\left[\bar{k}^{1}_{kj}\right] & \left[\bar{k}^{1}_{kk}\right]+\left[\bar{k}^{2}_{jj}\right]+\left[\bar{k}^{7}_{jj}\right] & \left[\bar{k}^{2}_{jk}\right] & \left[\,0\,\right] & \left[\bar{k}^{7}_{jk}\right] \\
\hdashline
\left[\bar{k}^{5}_{kj}\right] & \left[\bar{k}^{2}_{kj}\right] & \left[\bar{k}^{2}_{kk}\right]+\left[\bar{k}^{3}_{jj}\right]+\left[\bar{k}^{5}_{kk}\right]+\left[\bar{k}^{8}_{jj}\right] & \left[\bar{k}^{3}_{jk}\right] & \left[\bar{k}^{8}_{jk}\right] \\
\hdashline
\left[\bar{k}^{4}_{kj}\right] & \left[\,0\,\right] & \left[\bar{k}^{3}_{kj}\right] & \left[\bar{k}^{3}_{kk}\right]+\left[\bar{k}^{4}_{kk}\right]+\left[\bar{k}^{9}_{jj}\right] & \left[\bar{k}^{9}_{jk}\right] \\
\hdashline
\left[\bar{k}^{6}_{kj}\right] & \left[\bar{k}^{7}_{kj}\right] & \left[\bar{k}^{8}_{kj}\right] & \left[\bar{k}^{9}_{kj}\right] & \left[\bar{k}^{6}_{kk}\right]+\left[\bar{k}^{7}_{kk}\right]+\left[\bar{k}^{8}_{kk}\right]+\left[\bar{k}^{9}_{kk}\right]
\end{array}
\right]
$$

Σύνθεση στο καθολικό μητρώο στιβαρότητας του δικτυώματος

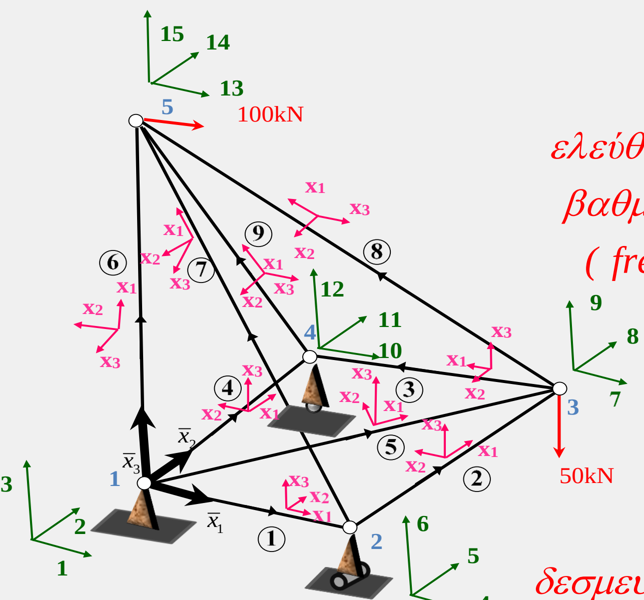


Καθολικό μητρώο στιβαρότητας δικτυώματος

$\left[\overline{K}\right] =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	85120.07	20160.02	0.00	−70000.00	0.00	0.00	−15120.07	−20160.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
2	20160.02	79379.93	0.00	0.00	0.00	0.00	−20160.02	−26879.93	0.00	0.00	−52500.00	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	52500.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−52500.00
4	−70000.00	0.00	0.00	85120.07	0.00	−20160.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−15120.07	0.00	20160.02
5	0.00	0.00	0.00	0.00	52500.00	0.00	0.00	−52500.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
6	0.00	0.00	0.00	−20160.02	0.00	26879.93	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20160.02	0.00	−26879.93
7	−15120.07	−20160.02	0.00	0.00	0.00	0.00	92320.22	29759.74	−9599.72	−70000.00	0.00	0.00	−7200.15	−9599.72	9599.72
8	−20160.02	−26879.93	0.00	0.00	−52500.00	0.00	29759.74	92178.91	−12798.99	0.00	0.00	0.00	−9599.72	−12798.99	12798.99
9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−9599.72	−12798.99	12798.99	0.00	0.00	0.00	9599.72	12798.99	−12798.99
10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−70000.00	0.00	0.00	70000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	−52500.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	71061.07	−18561.07	0.00	−18561.07	18561.07
12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−18561.07	18561.07	0.00	18561.07	−18561.07
13	0.00	0.00	0.00	−15120.07	0.00	20160.02	−7200.15	−9599.72	9599.72	0.00	0.00	0.00	22320.22	9599.72	−29759.74
14	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−9599.72	−12798.99	12798.99	0.00	−18561.07	18561.07	9599.72	31360.06	−31360.06
15	0.00	0.00	−52500.00	20160.02	0.00	−26879.93	9599.72	12798.99	−12798.99	0.00	18561.07	−18561.07	−29759.74	−31360.06	110739.99

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

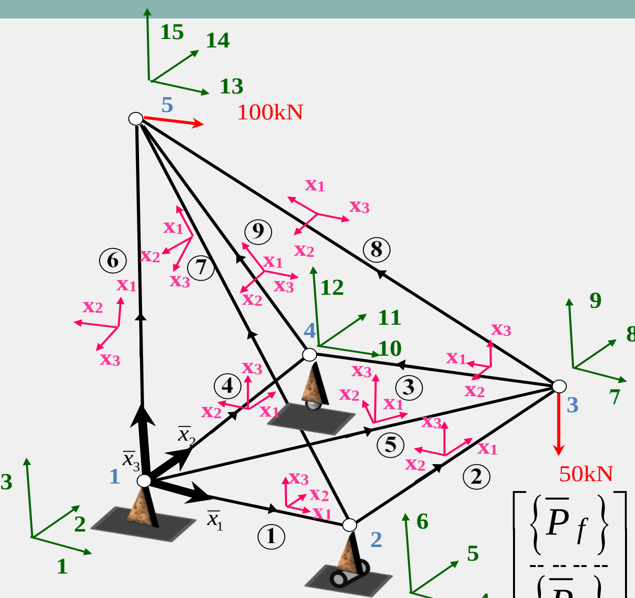


Μητρώο αναδιάταξης δικτυώματος

ελεύθεροι βαθμοί (free)

δεσμευμένοι βαθμοί (sup ported)

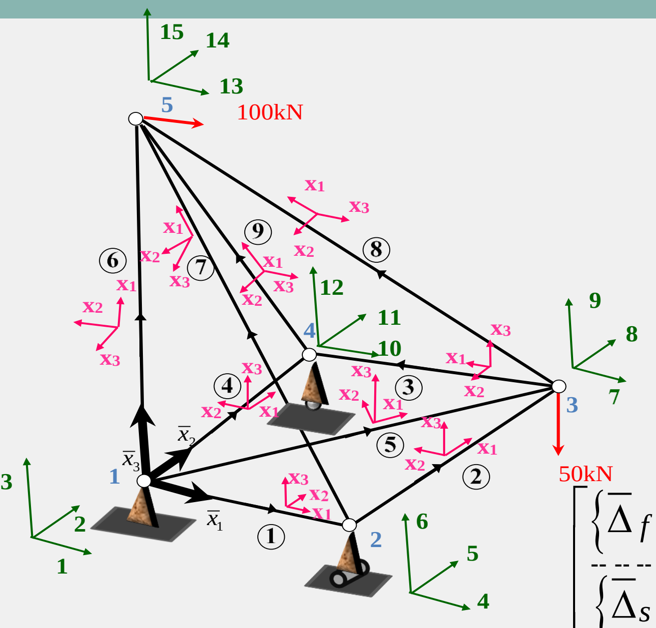
$$
\left\{\begin{array}{c} 4\\7\\8\\9\\10\\11\\13\\14\\15\\ \hdashline 1\\2\\3\\5\\6\\12 \end{array}\right\}
=
\left[\begin{array}{ccccccccccccccc}
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1\\ \hdashline
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0
\end{array}\right]
\left\{\begin{array}{c} 1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\\11\\12\\13\\14\\15 \end{array}\right\}
= [V]
$$



$$
\begin{Bmatrix} \{\overline{P}_f\} \\ \hline \{\overline{P}_s\} \end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix} \overline{P}_4 \\ \overline{P}_7 \\ \overline{P}_8 \\ \overline{P}_9 \\ \overline{P}_{10} \\ \overline{P}_{11} \\ \overline{P}_{13} \\ \overline{P}_{14} \\ \overline{P}_{15} \\ \hline \overline{P}_1 \\ \overline{P}_2 \\ \overline{P}_3 \\ \overline{P}_5 \\ \overline{P}_6 \\ \overline{P}_{12} \end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -50 \\ 0 \\ 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \\ \hline \overline{R}_1 \\ \overline{R}_2 \\ \overline{R}_3 \\ \overline{R}_5 \\ \overline{R}_6 \\ \overline{R}_{12} \end{Bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1\\
\hline
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix} \overline{R}_1 \\ \overline{R}_2 \\ \overline{R}_3 \\ \hline 0 \\ \overline{R}_5 \\ \overline{R}_6 \\ \hline 0 \\ 0 \\ -50 \\ \hline 0 \\ 0 \\ \overline{R}_{12} \\ \hline 100 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}
$$

Τροποποιημένο (λόγω αναδιάταξης) διάνυσμα επικόμβιων δράσεων δικτυώματος

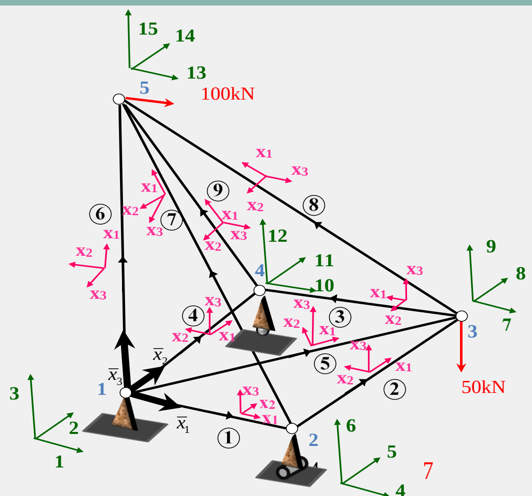
ΕΦΑΡΜΟΓΗ



Τροποποιημένο (λόγω αναδιάταξης) διάνυσμα επικόμβιων μετατοπίσεων δικτυώματος

$$
\begin{bmatrix} \{\bar{\Delta}_f\} \\ \hdashline \{\bar{\Delta}_s\} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_4 \\ \bar{\Delta}_7 \\ \bar{\Delta}_8 \\ \bar{\Delta}_9 \\ \bar{\Delta}_{10} \\ \bar{\Delta}_{11} \\ \bar{\Delta}_{13} \\ \bar{\Delta}_{14} \\ \bar{\Delta}_{15} \\ \hdashline 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
\hdashline
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_1 \\ \bar{\Delta}_2 \\ \bar{\Delta}_3 \\ \hdashline \bar{\Delta}_4 \\ \bar{\Delta}_5 \\ \bar{\Delta}_6 \\ \hdashline \bar{\Delta}_7 \\ \bar{\Delta}_8 \\ \bar{\Delta}_9 \\ \hdashline \bar{\Delta}_{10} \\ \bar{\Delta}_{11} \\ \bar{\Delta}_{12} \\ \hdashline \bar{\Delta}_{13} \\ \bar{\Delta}_{14} \\ \bar{\Delta}_{15} \end{Bmatrix}
$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

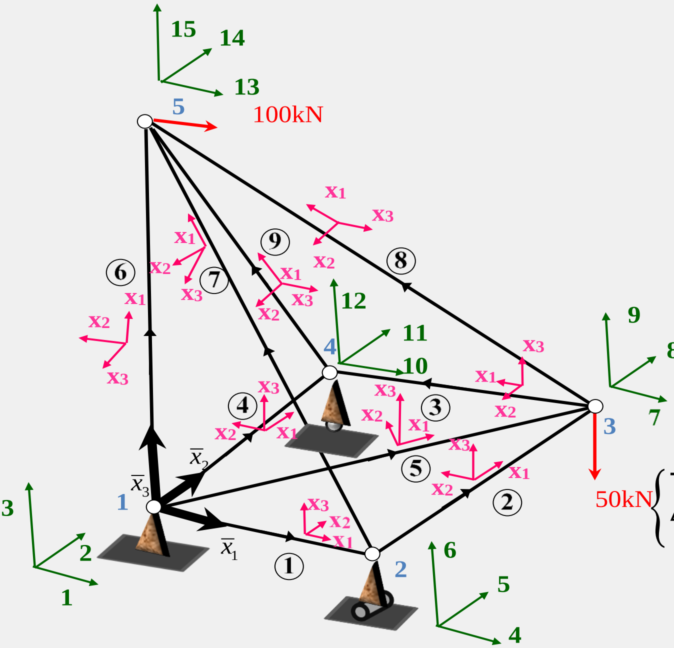


Τροποποιημένο (λόγω αναδιάταξης) καθολικό μητρώο στιβαρότητας δικτυώματος

$$\left[\overline{K}_m\right]=\left[V\right]\left[\overline{K}\right]\left[V\right]^T == \left[\begin{array}{c:c} \left[\overline{K}_{ff}\right] & \left[\overline{K}_{fs}\right] \\ \hdashline \left[\overline{K}_{sf}\right] & \left[\overline{K}_{ss}\right] \end{array}\right] =$$

		7	8	9	10	11	13	14	15	1	2	3	5	6	12
4	85120.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−15120.07	0.00	20160.02	−70000.00	0.00	0.00	0.00	−20160.02	0.00
7	0.00	92320.22	29759.74	−9599.72	−70000.00	0.00	−7200.15	−9599.72	9599.72	−15120.07	−20160.02	0.00	0.00	0.00	0.00
8	0.00	29759.74	92178.91	−12798.99	0.00	0.00	−9599.72	−12798.99	12798.99	−20160.02	−26879.93	0.00	−52500.00	0.00	0.00
9	0.00	−9599.72	−12798.99	12798.99	0.00	0.00	9599.72	12798.99	−12798.99	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	0.00	−70000.00	0.00	0.00	70000.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	71061.07	0.00	−18561.07	18561.07	0.00	−52500.00	0.00	0.00	0.00	−18561.07
13	−15120.07	−7200.15	−9599.72	9599.72	0.00	0.00	22320.22	9599.72	−29759.74	0.00	0.00	0.00	0.00	20160.02	0.00
14	0.00	−9599.72	−12798.99	12798.99	0.00	−18561.07	9599.72	31360.06	−31360.06	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	18561.07
15	20160.02	9599.72	12798.99	−12798.99	0.00	18561.07	−29759.74	−31360.06	110739.99	0.00	0.00	−52500.00	0.00	−26879.93	−18561.07
1	−70000.00	−15120.07	−20160.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	85120.07	20160.02	0.00	0.00	0.00	0.00
2	0.00	−20160.02	−26879.93	0.00	0.00	−52500.00	0.00	0.00	0.00	20160.02	79379.93	0.00	0.00	0.00	0.00
3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−52500.00	0.00	0.00	52500.00	0.00	0.00	0.00
5	0.00	0.00	−52500.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	52500.00	0.00	0.00
6	−20160.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20160.02	0.00	−26879.93	0.00	0.00	0.00	0.00	26879.93	0.00
12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−18561.07	0.00	18561.07	−18561.07	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	18561.07

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

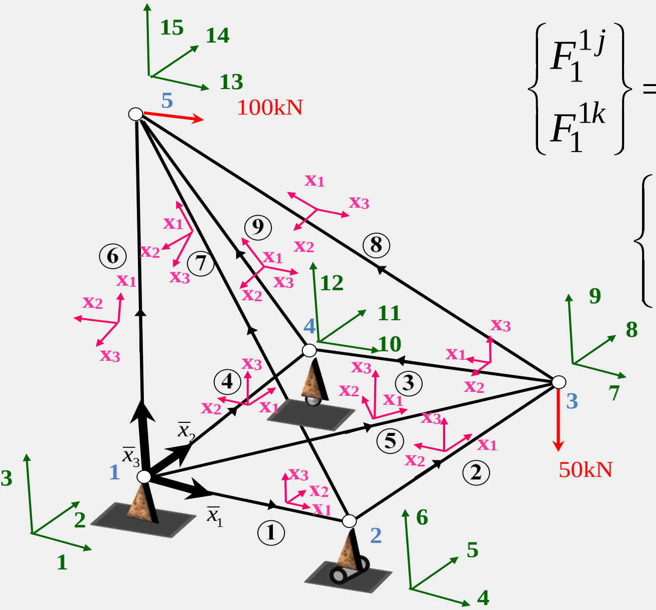


$$
\left\{\overline{\Delta}_f\right\} = \begin{Bmatrix} \overline{\Delta}_4 \\ \overline{\Delta}_7 \\ \overline{\Delta}_8 \\ \overline{\Delta}_9 \\ \overline{\Delta}_{10} \\ \overline{\Delta}_{11} \\ \overline{\Delta}_{13} \\ \overline{\Delta}_{14} \\ \overline{\Delta}_{15} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \overline{\Delta}_1^{(2)} \\ \overline{\Delta}_1^{(3)} \\ \overline{\Delta}_2^{(3)} \\ \overline{\Delta}_3^{(3)} \\ \overline{\Delta}_1^{(4)} \\ \overline{\Delta}_2^{(4)} \\ \overline{\Delta}_1^{(5)} \\ \overline{\Delta}_2^{(5)} \\ \overline{\Delta}_3^{(5)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0020 \\ -0.0025 \\ 0.0000 \\ -0.0212 \\ -0.0025 \\ 0.0010 \\ 0.0157 \\ 0.0071 \\ 0.0035 \end{Bmatrix}
\qquad
\begin{Bmatrix} \overline{R}_1 \\ \overline{R}_2 \\ \overline{R}_3 \\ \overline{R}_5 \\ \overline{R}_6 \\ \overline{R}_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -100.00 \\ 0.00 \\ -183.34 \\ 0.00 \\ 183.34 \\ 50.00 \end{Bmatrix}
$$

Επίλυση –

Επικόμβιες μετατοπίσεις κατά τους ελεύθερους και επικόβιες δράσεις (αντιδράσεις) κατά τους δεσμευμένους β.ε.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ

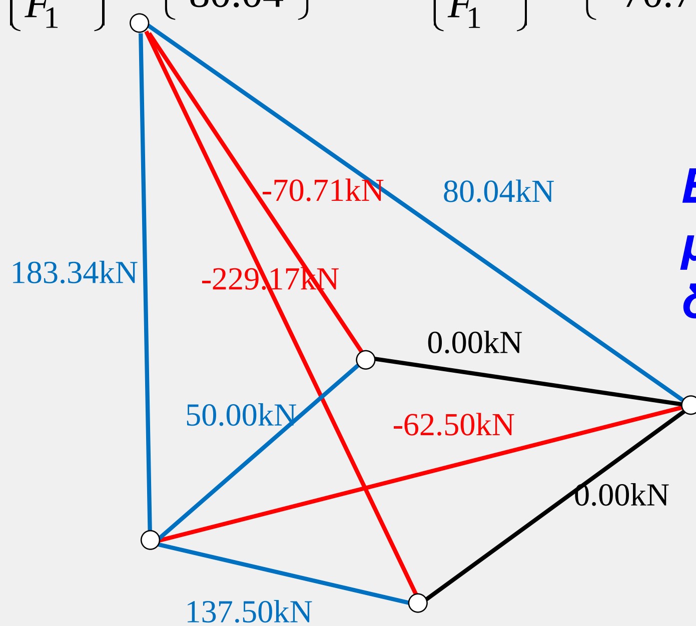


$$\begin{Bmatrix} F_1^{1j} \\ F_1^{1k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -137.50 \\ 137.50 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} F_1^{2j} \\ F_1^{2k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} F_1^{3j} \\ F_1^{3k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.00 \\ 0.00 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} F_1^{4j} \\ F_1^{4k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -50.00 \\ 50.00 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_1^{5j} \\ F_1^{5k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 62.50 \\ -62.50 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} F_1^{6j} \\ F_1^{6k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -183.34 \\ 183.34 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} F_1^{7j} \\ F_1^{7k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 229.17 \\ -229.17 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} F_1^{8j} \\ F_1^{8k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -80.04 \\ 80.04 \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} F_1^{9j} \\ F_1^{9k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 70.71 \\ -70.71 \end{Bmatrix}$$

$$\left\{A^i\right\} = \left[k^i\right]\left[\Lambda_{ST}^i\right]\left\{\overline{D}^i\right\}$$



Εσωτερικά εντατικά μεγέθη μελών δικτυώματος