



ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Ε.Ι. Σαπουντζάκης
Καθηγητής ΕΜΠ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΡΑΒΔΩΤΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ
ΜΗΤΡΩΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΥΣ

Περιεχόμενα

1. Εισαγωγή
2. Μητρώο στιβαρότητας – Ακριβής υπολογισμός
3. Μητρώο στιβαρότητας – Προσεγγιστικός υπολογισμός
4. Δράσεις παγίωσης – Ακριβής υπολογισμός
5. Δράσεις παγίωσης – Προσεγγιστικός υπολογισμός
6. Εφαρμογή – Ανάλυση στοιχείου μεταβλητής διατομής

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Σε τεχνικά πολύ μεγάλων ανοιγμάτων (μεγαλύτερα των 50μ.), ιδίως γεφυρών, συχνά υιοθετείται **σχεδιασμός φορέα μεταβλητού ύψους** για **λόγους οικονομίας** της κατασκευής (επίτευξη υψηλής στιβαρότητας με οικονομία υλικού) αλλά **και ενίσχυσης του φορέα στις θέσεις καταπόνησης** του. Πιο συγκεκριμένα, η ανάγκη γεφύρωσης μεγάλων ανοιγμάτων οδηγεί στην υιοθέτηση διατομής φορέα με κενά, για λόγους μείωσης του νεκρού φορτίου με παράλληλη αύξηση στιβαρότητας. Η διατομή όμως της μορφής αυτής παρουσιάζει **μειωμένη ικανότητα ανάληψης διατμητικών φορτίων**, λόγω των λεπτών ως προς το πάχος κορμών που διαθέτει. Η αδυναμία αυτή **παρακάμπτεται με την υιοθέτηση φορέα μεταβλητού ύψους**, αυξανόμενου κοντά στις θέσεις των στηρίξεων (όπου τα διατμητικά φορτία είναι ιδιαίτερα επιβαρυσμένα) και μειούμενου προς το μέσο του ανοίγματος. Χαρακτηριστική περίπτωση φορέα μεταβλητής διατομής αποτελεί η κατασκευή κιβωτιοειδούς φορέα σε συνθήκες αδυναμίας σκυροδέτησης σε ικριώματα, με τη μέθοδο δόμησης σε πρόβολο με επιτόπια σκυροδέτηση.

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Φορέας μεταβλητού ύψους με τη μέθοδο δόμησης σε πρόβολο με επιτόπια σκυροδέτηση



Σύμφωνα με τη μέθοδο αυτή, η κατασκευή του τεχνικού επιτυγχάνεται με σκυροδέτηση κάθε 3 μέρες περίπου τμήματος του φορέα μήκους 3-5μ. (ανάλογα με τα διατιθέμενα φορεία προβολοδόμησης), με τη βοήθεια ικριώματος σε πρόβολο από το ήδη κατασκευασθέν μεσόβαθρο

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

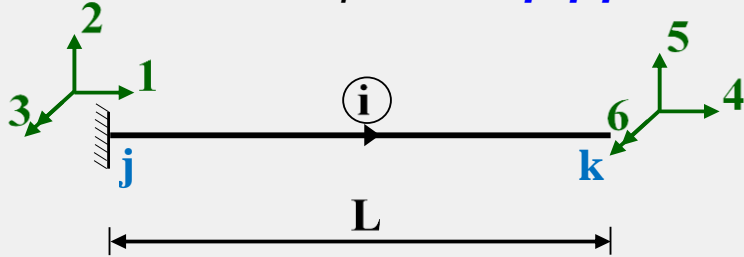
Ο υπολογισμός του μητρώου στιβαρότητας και των δράσεων παγίωσης στοιχείου μεταβλητής διατομής μπορεί να γίνει αναλυτικά με τη μέθοδο των δυνάμεων ή υπολογιστικά με τον χωρισμό του στοιχείου σε μικρότερα στοιχεία σταθερής διατομής.

Στη δεύτερη περίπτωση, το τελικό μητρώο στιβαρότητας του στοιχείου προκύπτει με τη στατική συμπύκνωση των ενδιάμεσων βαθμών ελευθερίας των κόμβων σύνδεσης των στοιχείων σταθερής διατομής. Η πρώτη μέθοδος είναι ακριβής ενώ η δεύτερη είναι προσεγγιστική.

ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΑΚΡΙΒΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΑΚΡΙΒΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Θεωρείται ο **φορέας-στοιχείο**, του οποίου οι βαθμοί ελευθερίας του άκρου j είναι **δεσμευμένοι** και του άκρου k **ελεύθεροι**. Επειδή ο φορέας-στοιχείο είναι ευσταθής, είναι δυνατό να υπολογιστεί **το μητρώο ενδοσιμότητας του**, το οποίο δίνεται από τη σχέση

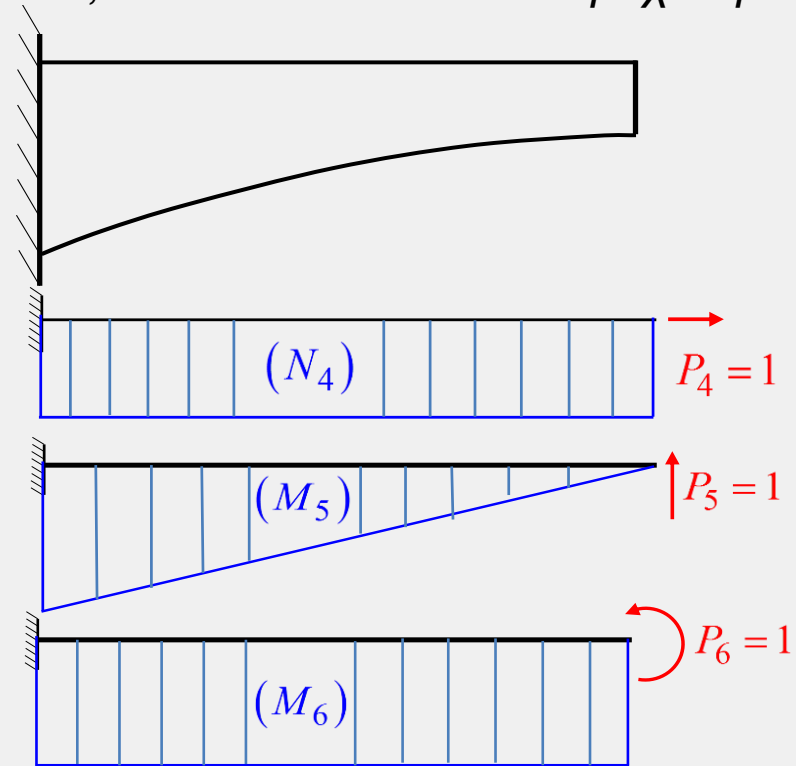


$$[F_{kk}] = \begin{bmatrix} F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & F_{55} & F_{56} \\ 0 & F_{65} & F_{66} \end{bmatrix} \quad F_{56} = F_{65}$$

όπου με τη βοήθεια της Αρχής Δυνατών Έργων

$$F_{44} = \int_0^L \frac{(N_4)^2}{EA(x)} dx \quad F_{55} = \int_0^L \frac{(M_5)^2}{EI(x)} dx$$

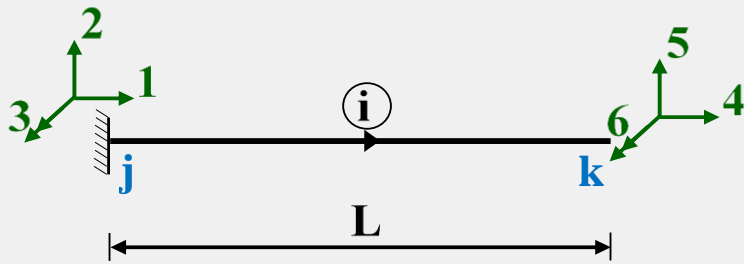
$$F_{66} = \int_0^L \frac{(M_6)^2}{EI(x)} dx \quad F_{56} = \int_0^L \frac{M_5 M_6}{EI(x)} dx$$



η επιρροή των διατμητικών παραμορφώσεων έχει αμεληθεί και για τον συνυπολογισμό τους απαιτείται η προσθήκη των όρων από διατμητικά έργα.

ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΑΚΡΙΒΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Το μητρώο στιβαρότητας των ενεργών βαθμών ελευθερίας του φορέα-στοιχείου δίνεται από τη σχέση



$$[K_{kk}] = [F_{kk}]^{-1} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & C \\ 0 & C & D \end{bmatrix}$$

Από τη φυσική σημασία των δεικτών στιβαρότητας προκύπτει ότι οι πιο πάνω δείκτες στιβαρότητας του φορέα-στοιχείου ταυτίζονται με τους δείκτες στιβαρότητας του υπομητρώου $[K_{kk}]$ του στοιχείου και με τη βοήθεια εξισώσεων ισορροπίας, το ολικό μητρώο στιβαρότητας του στοιχείου προσδιορίζεται ως

όπου

$$A = 1 / F_{44}$$

$$B = F_{66} / (F_{55}F_{66} - F_{56}^2)$$

$$C = -F_{56} / (F_{55}F_{66} - F_{56}^2)$$

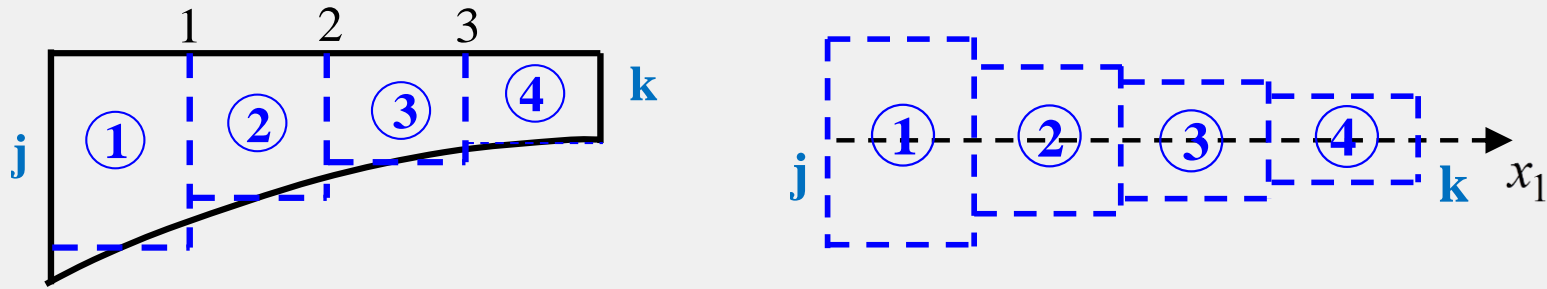
$$D = F_{55} / (F_{55}F_{66} - F_{56}^2)$$

Ολικό μητρώο
στιβαρότητας

$$[K] = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & -A & 0 & 0 \\ B & C + BL & 0 & 0 & -B & -C - BL \\ D + 2CL + BL^2 & 0 & -C & 0 & -C & -D - CL \\ \hline & & & A & 0 & 0 \\ & & & & B & C \\ & & & & & D \end{bmatrix}$$

ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ



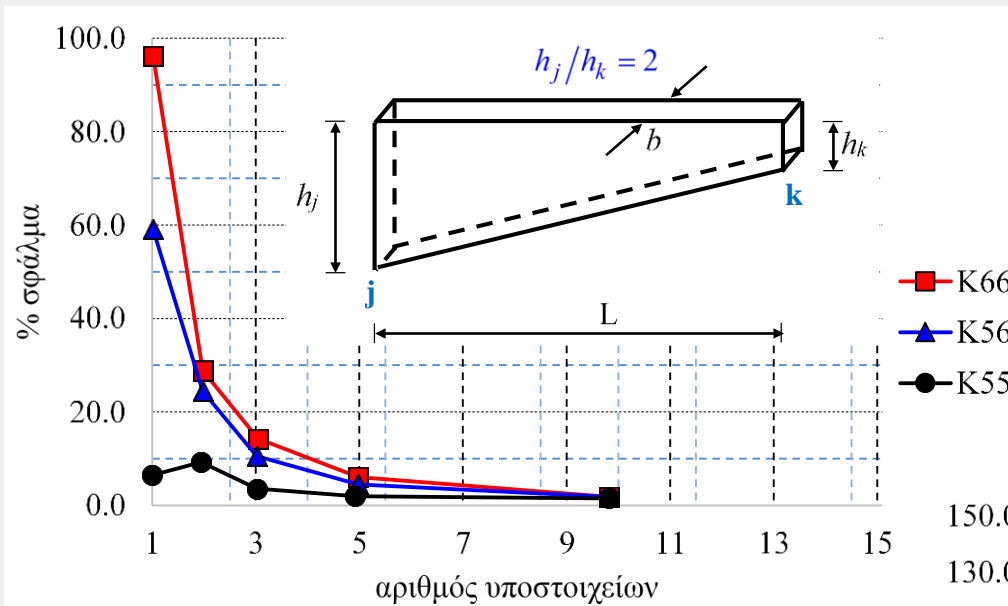
Στοιχεία με μεταβλητή διατομή μπορεί να προσεγγιστούν με υποστοιχεία σταθερής διατομής. Η μη ταύτιση όμως των τοπικών αξόνων x_1 των υποστοιχείων απαιτεί τη χρήση μητρώων εκκεντρότητας, τα οποία αυξάνουν την πολυπλοκότητα της διατύπωσης του προβλήματος. Έτσι υιοθετείται η απλούστερη θεώρηση του δεύτερου σχήματος, χωρίς σημαντικές επιπτώσεις στην ακρίβεια της προσέγγισης. Μετά τη μόρφωση του ολικού μητρώου στιβαρότητας του φορέα-υπερστοιχείου που αποτελείται από τα υποστοιχεία σταθερής διατομής συμπυκνώνονται στατικά οι εσωτερικοί βαθμοί ελευθερίας των κόμβων σύνδεσης των στοιχείων σταθερής διατομής έτσι ώστε να υπολογιστεί το επιθυμητό μητρώο στιβαρότητας του στοιχείου μεταβλητής διατομής.

$$[K] = [K_{cc}] - [K_{ce}] [K_{ee}]^{-1} [K_{ec}]$$

β.ε. προς συμπύκνωση

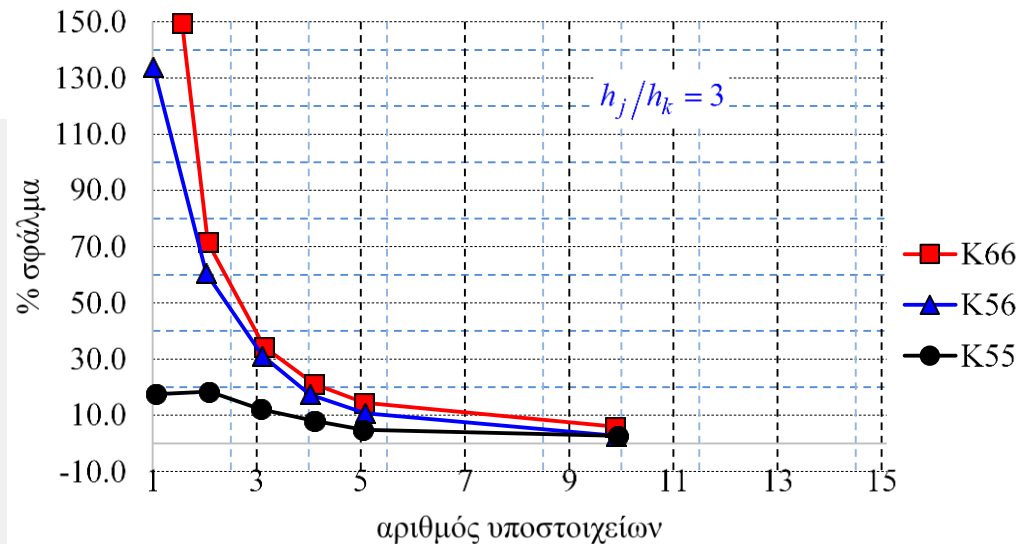
Παραμένοντες β.ε. $\{\Delta_c\} = \left[\left\{ \Delta_{1,2,3}^{(j)} \right\} \left\{ \Delta_{1,2,3}^{(k)} \right\} \right]^T$ $\{\Delta_e\} = \left[\left\{ \Delta_{1,2,3}^{(1)} \right\} \left\{ \Delta_{1,2,3}^{(2)} \right\} \left\{ \Delta_{1,2,3}^{(3)} \right\} \right]^T$

ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

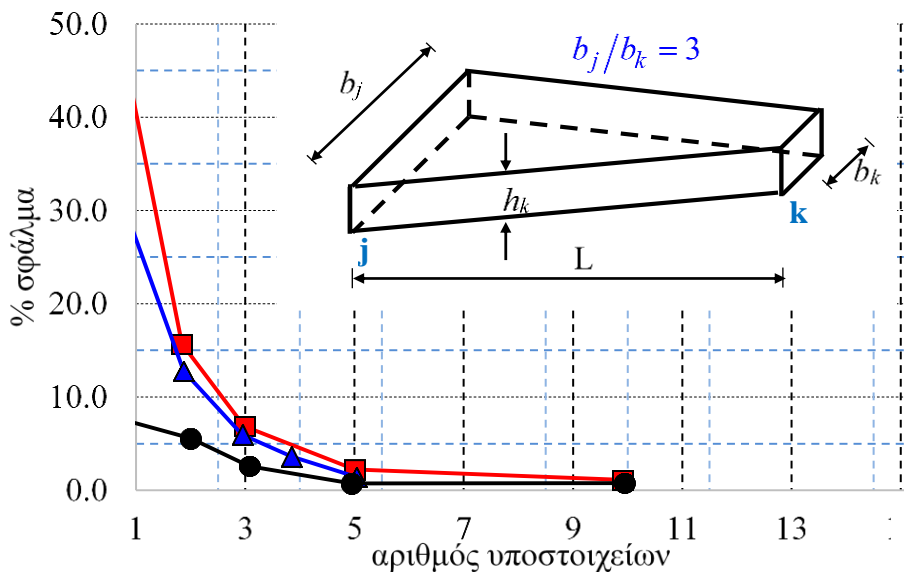


για στοιχείο τύπου P_2 με γραμμική μεταβολή του ύψους και για δύο λόγους υψών στα άκρα του στοιχείου.

Διερεύνηση της ακρίβειας της προσεγγιστικής μεθόδου υπολογισμού των δεικτών στιβαρότητας



ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

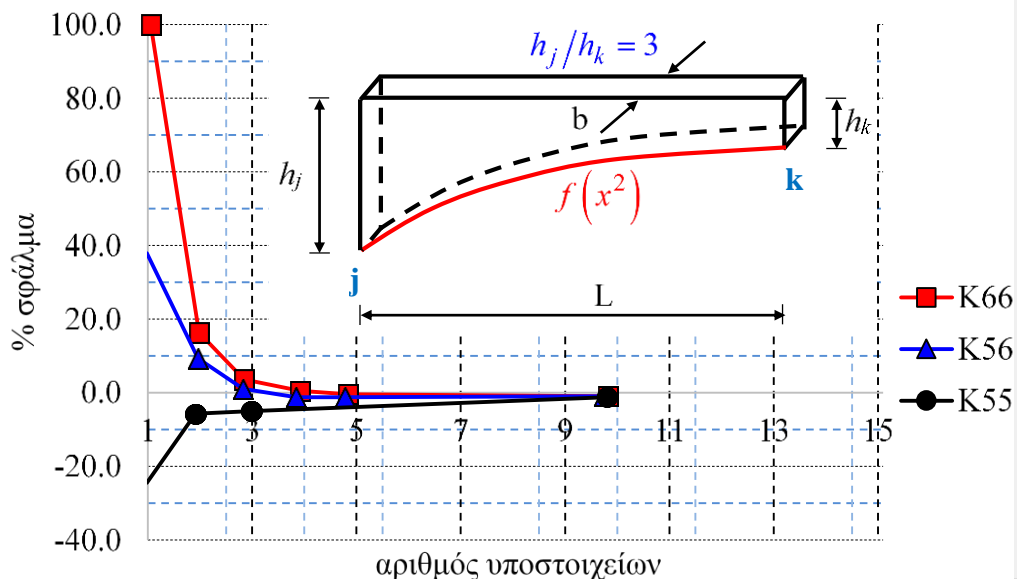


(α)

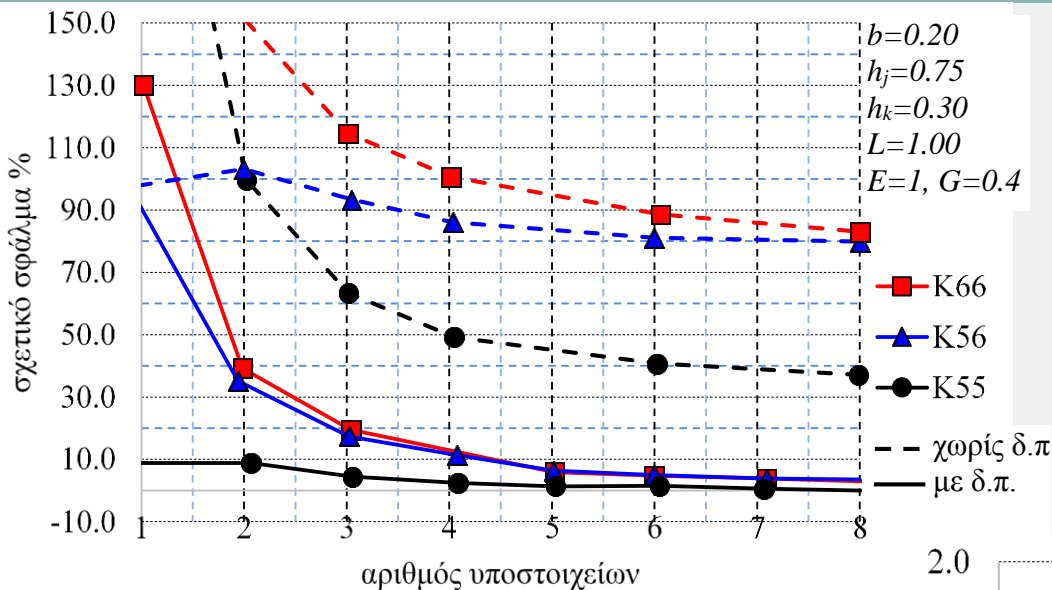
Διερεύνηση της ακρίβειας της προσεγγιστικής μεθόδου υπολογισμού των δεικτών στιβαρότητας

για στοιχείο τύπου P_2 με γραμμική μεταβολή του πλάτους (α) και παραβολική μεταβολή του ύψους (β).

(β)



ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

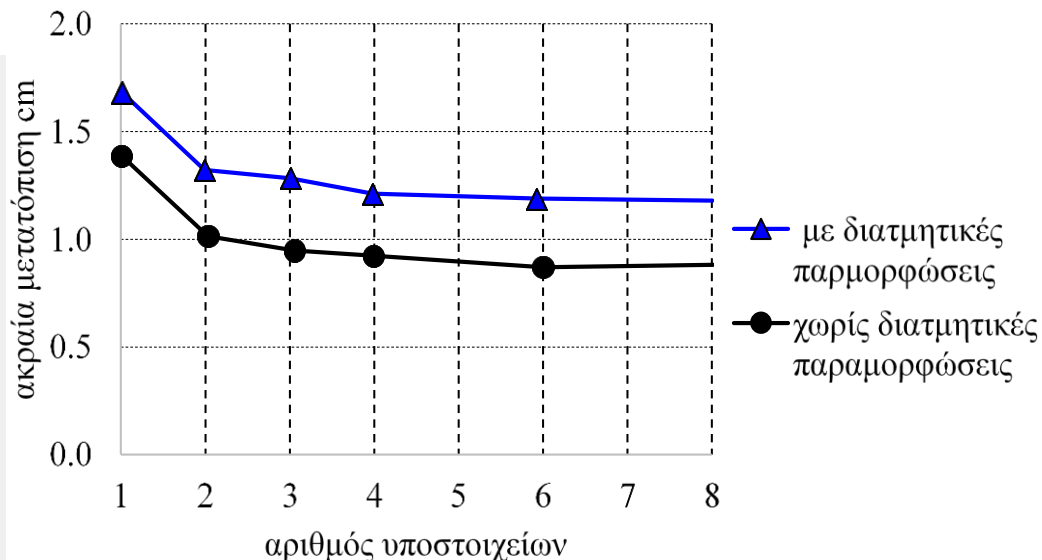


(α)

Διερεύνηση επιρροής διατμητικών παραμορφώσεων σε στοιχείο τύπου P2 με γραμμική μεταβολή του ύψους

(α) σχετικό σφάλμα δεικτών στιβαρότητας, (β) ακραία μετατόπιση για μοναδιαία εγκάρσια δύναμη στο άκρο k

(β)

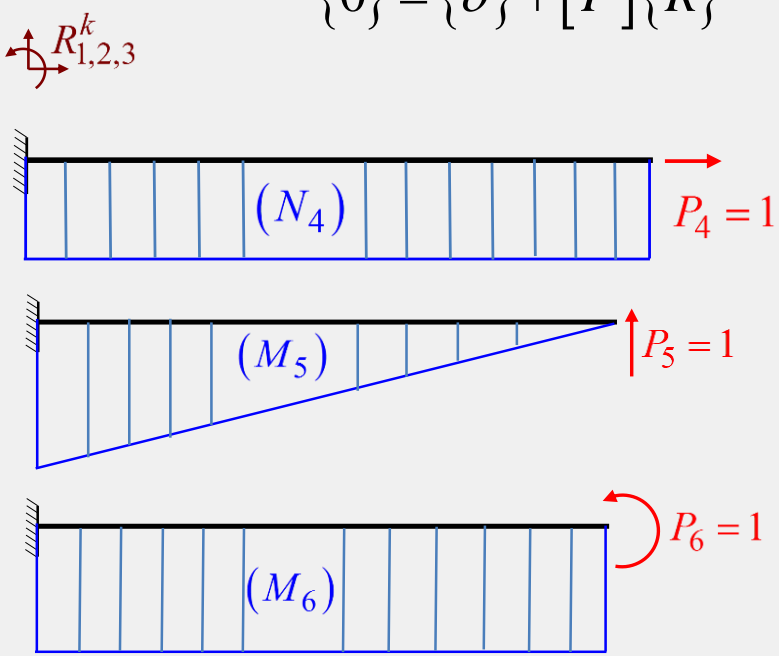
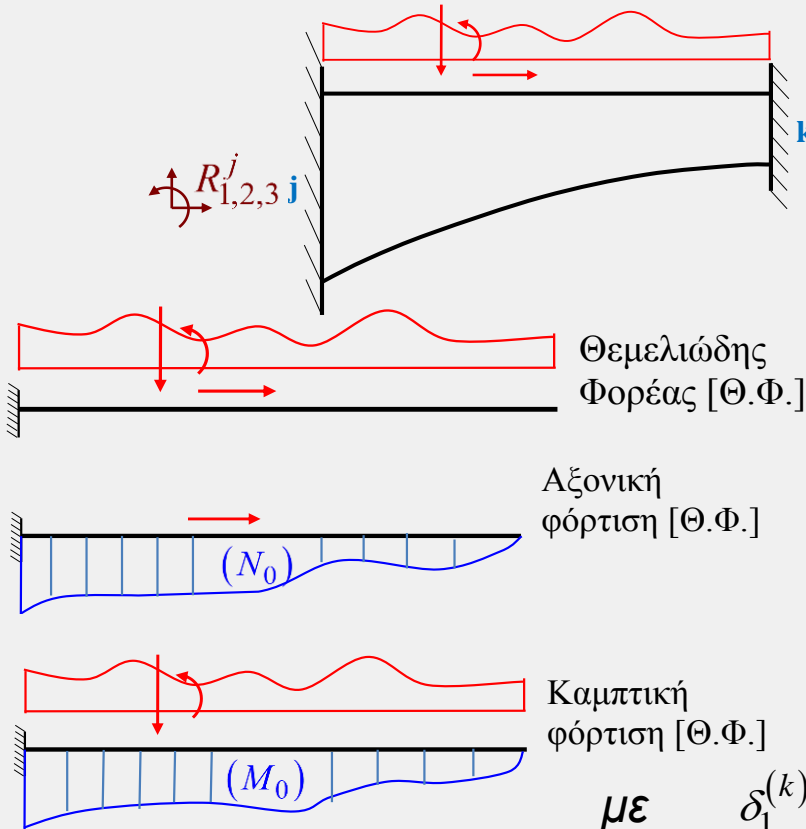


ΔΡΑΣΕΙΣ ΠΑΓΙΩΣΗΣ – ΑΚΡΙΒΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ΔΡΑΣΕΙΣ ΠΑΓΙΩΣΗΣ – ΑΚΡΙΒΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Ο ακριβής υπολογισμός των δράσεων παγίωσης στοιχείου μεταβλητής διατομής μπορεί να γίνει με τη μέθοδο των δυνάμεων με τρόπο ανάλογο με τον ακριβή υπολογισμό του μητρώου στιβαρότητας. Έτσι, οι δράσεις παγίωσης $\{R\}$ του άκρου k προκύπτουν από τη σχέση

$$\{0\} = \{\delta\} + [F]\{R\} \quad \text{όπου}$$

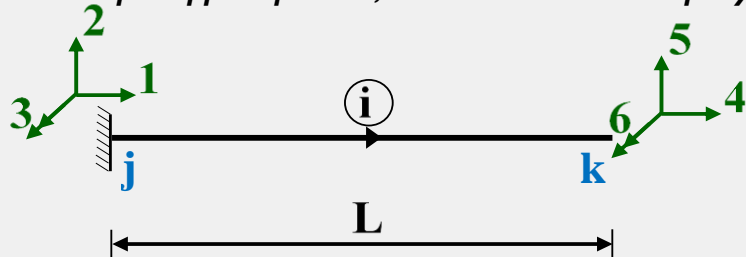


$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} \delta_1^{(k)} \\ \delta_2^{(k)} \\ \delta_3^{(k)} \end{Bmatrix} \quad \{R\} = \begin{Bmatrix} R_1^{(k)} \\ R_2^{(k)} \\ R_3^{(k)} \end{Bmatrix}$$

με $\delta_1^{(k)} = \int_0^L \frac{N_0 N_4}{EA(x)} dx \quad \delta_2^{(k)} = \int_0^L \frac{M_0 M_5}{EI(x)} dx \quad \delta_3^{(k)} = \int_0^L \frac{M_0 M_6}{EI(x)} dx$

ΜΗΤΡΩΟ ΣΤΙΒΑΡΟΤΗΤΑΣ – ΑΚΡΙΒΗΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

ενώ $[F]$ είναι **το μητρώο ενδοσιμότητας του προβόλου**, το οποίο, όπως αναφέρθηκε και στα προηγούμενα, δίνεται από τη σχέση

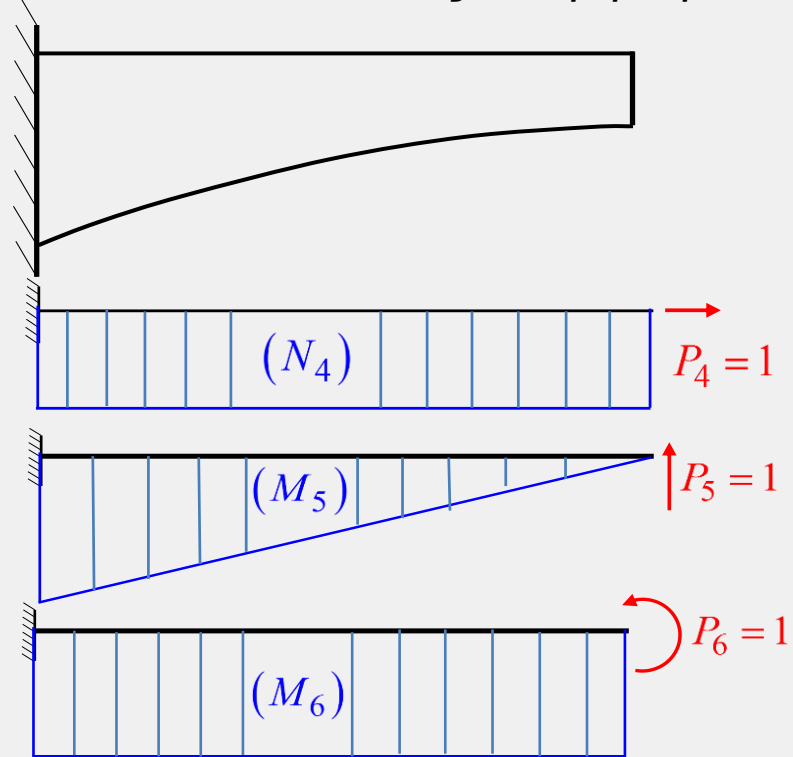


$$[F_{kk}] = \begin{bmatrix} F_{44} & 0 & 0 \\ 0 & F_{55} & F_{56} \\ 0 & F_{65} & F_{66} \end{bmatrix} \quad F_{56} = F_{65}$$

όπου με τη βοήθεια της Αρχής Δυνατών Έργων

$$F_{44} = \int_0^L \frac{(N_4)^2}{EA(x)} dx \quad F_{55} = \int_0^L \frac{(M_5)^2}{EI(x)} dx$$

$$F_{66} = \int_0^L \frac{(M_6)^2}{EI(x)} dx \quad F_{56} = \int_0^L \frac{M_5 M_6}{EI(x)} dx$$



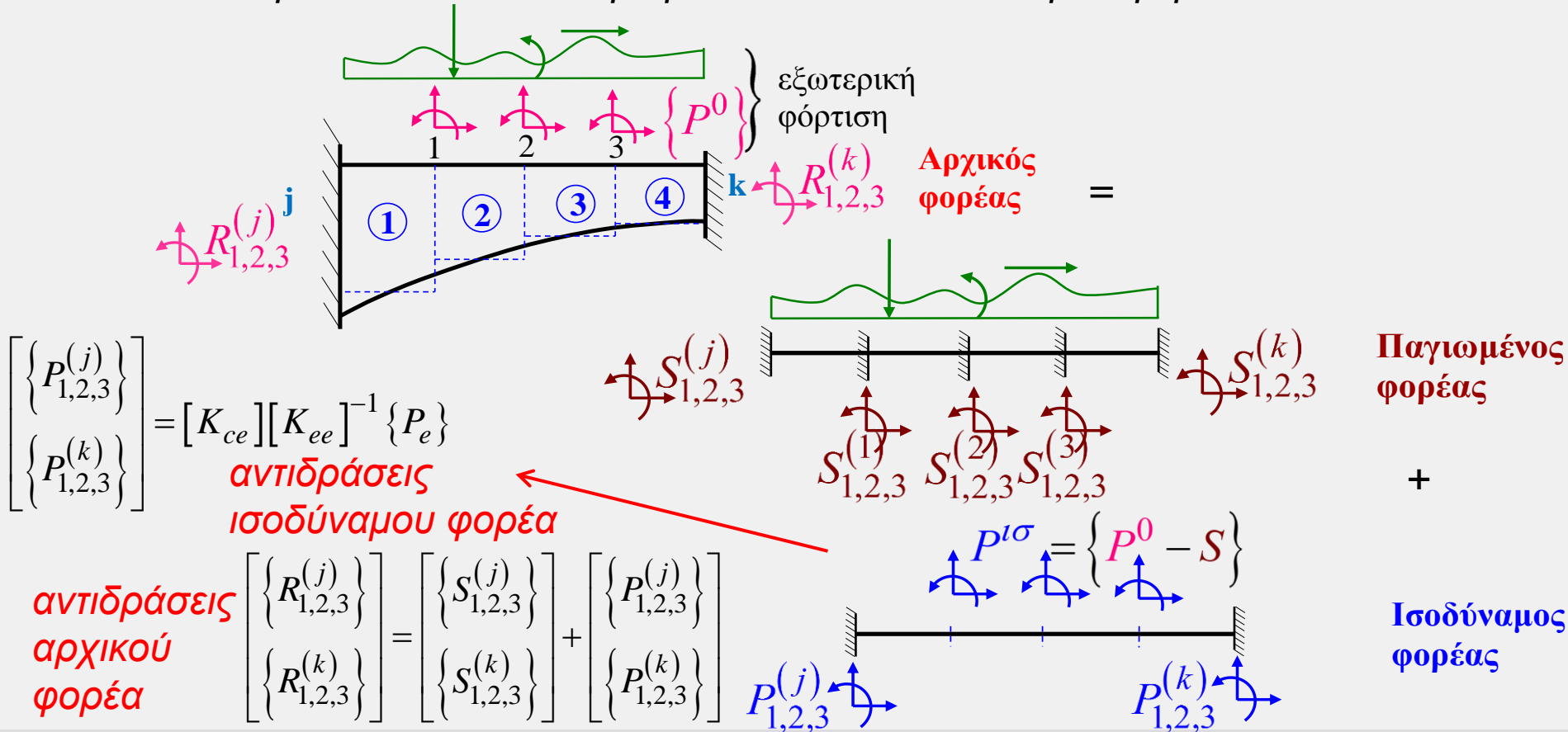
η επιρροή των διατμητικών παραμορφώσεων έχει αμεληθεί και για τον συνυπολογισμό τους απαιτείται η προσθήκη των όρων από διατμητικά έργα.

οι δράσεις παγίωσης $\{R\}$ του άκρου j προκύπτουν από εξισώσεις ισορροπίας

ΔΡΑΣΕΙΣ ΠΑΓΙΩΣΗΣ – ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

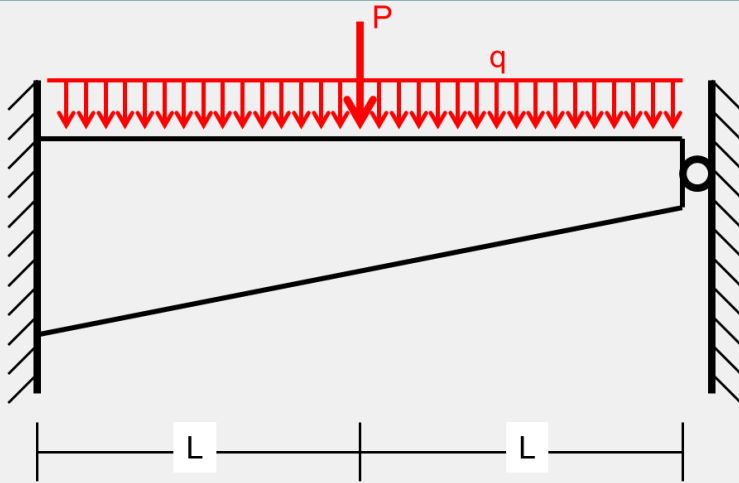
ΔΡΑΣΕΙΣ ΠΑΓΙΩΣΗΣ – ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ

Για τον **προσεγγιστικό υπολογισμό των δράσεων παγίωσης στοιχείου μεταβλητής διατομής** ακολουθείται παρόμοια διαδικασία με αυτήν του μητρώου στιβαρότητας. Έτσι το στοιχείο χωρίζεται (διακριτοποιείται) σε υποστοιχεία σταθερής διατομής και ακολουθείται η διαδικασία του παγιωμένου και του ισοδύναμου φορέα.



ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

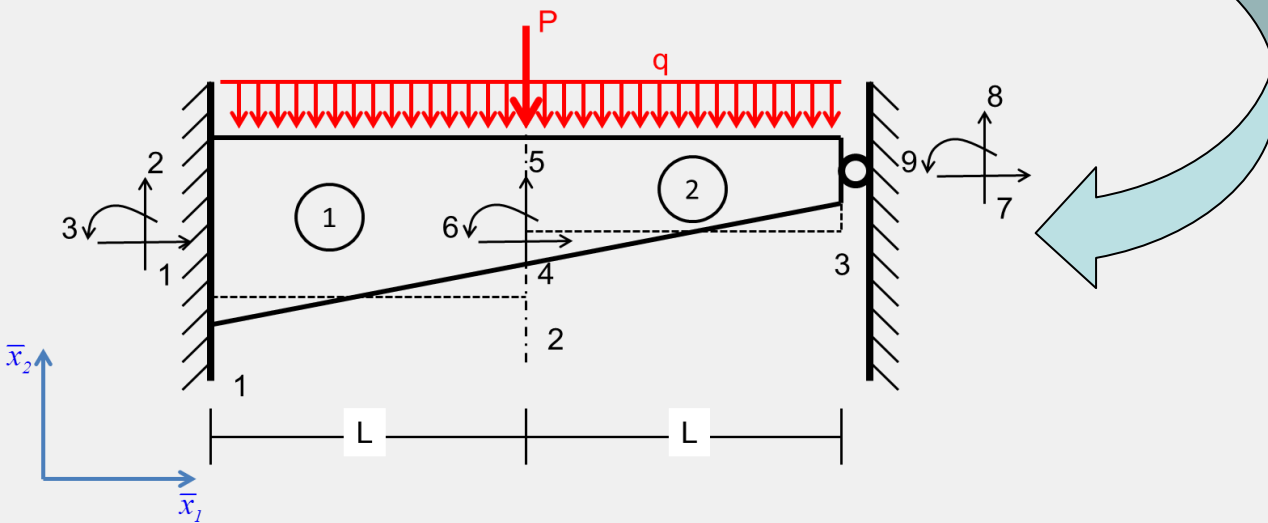


**Εξεταζόμενος
στοιχείο-φορέας
μεταβλητής διατομής**

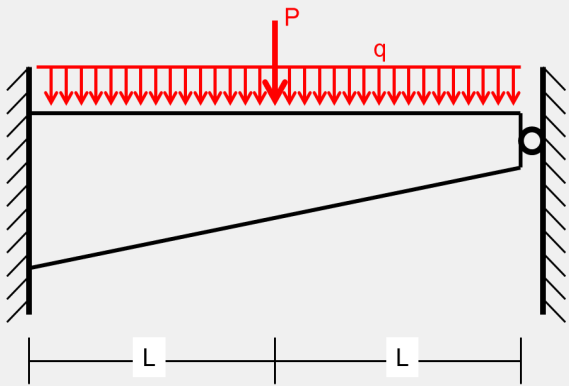
*Προσομοίωση
στοιχείου-φορέα
από δύο στοιχεία
σταθερής
διατομής, για τα
οποία ισχύει ότι*

$$I_1 = 2I_2 = 2I$$

*Αρίθμηση κόμβων,
μελών, καθολικό
και τοπικά
συστήματα αξόνων,
βαθμοί ελευθερίας*

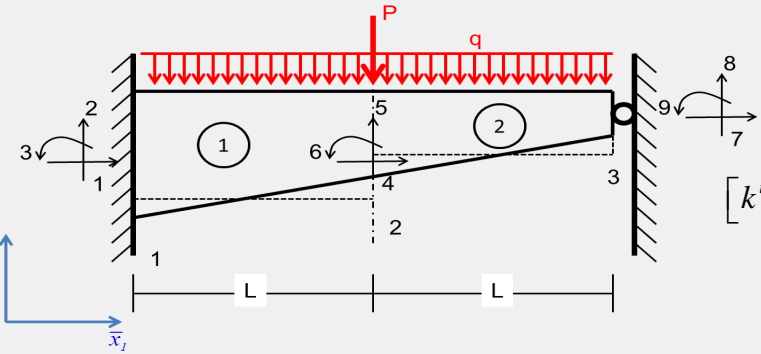


ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ



Τοπικά μητρώα στιβαρότητας μελών

Παραλείποντας την αξονική ένταση – παραμόρφωση του φορέα



$$[k^i] = \begin{bmatrix} A_i E_i / L_i & 0 & 0 & -A_i E_i / L_i & 0 & 0 \\ 0 & 12 E_i I_i / L_i^3 & 6 E_i I_i / L_i^2 & 0 & -12 E_i I_i / L_i^3 & 6 E_i I_i / L_i^2 \\ 0 & 6 E_i I_i / L_i^2 & 4 E_i I_i / L_i & 0 & -6 E_i I_i / L_i^2 & 2 E_i I_i / L_i \\ -A_i E_i / L_i & 0 & 0 & A_i E_i / L_i & 0 & 0 \\ 0 & -12 E_i I_i / L_i^3 & -6 E_i I_i / L_i^2 & 0 & 12 E_i I_i / L_i^3 & -6 E_i I_i / L_i^2 \\ 0 & 6 E_i I_i / L_i^2 & 2 E_i I_i / L_i & 0 & -6 E_i I_i / L_i^2 & 4 E_i I_i / L_i \end{bmatrix}$$

$$[k^1] = EI \begin{bmatrix} 2 & & & \\ 3 & 24/L^3 & & \\ 5 & 12/L^2 & 8/L & \\ & -24/L^3 & -12/L^2 & 24/L^3 \\ 6 & 12/L^2 & 4/L & -12/L^2 & 8/L \end{bmatrix}$$

$$[k^2] = EI \begin{bmatrix} & 5 & & & \\ & 6 & & & \\ & 8 & & & \\ & & & & \\ & & & & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} & & & & \\ & 12/L^3 & & & \\ & 6/L^2 & 4/L & & \\ & -12/L^3 & -6/L^2 & 12/L^3 & \\ & 6/L^2 & 2/L & -6/L^2 & 4/L \end{bmatrix}$$

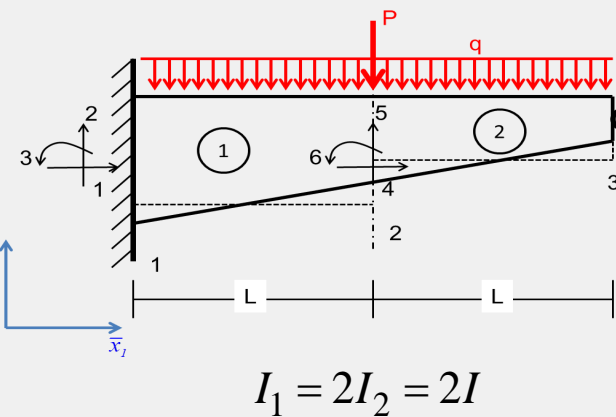
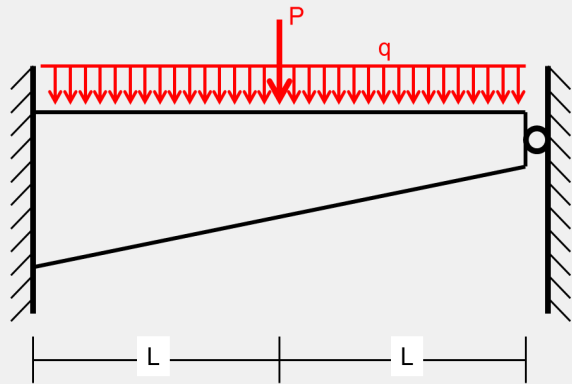
ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Μητρώα μετασχηματισμού μελών

Αγνοώντας τη μεταβολή καθ' ύψος του κεντροβαρικού άξονα των στοιχείων

$$\longrightarrow \theta^{1j} = \theta^{1k} = \theta^{2j} = \theta^{2k} = 0^o \longrightarrow [\Lambda_{PF}^1] = [\Lambda_{PF}^2] = [I]$$

Καθολικά μητρώα στιβαρότητας μελών



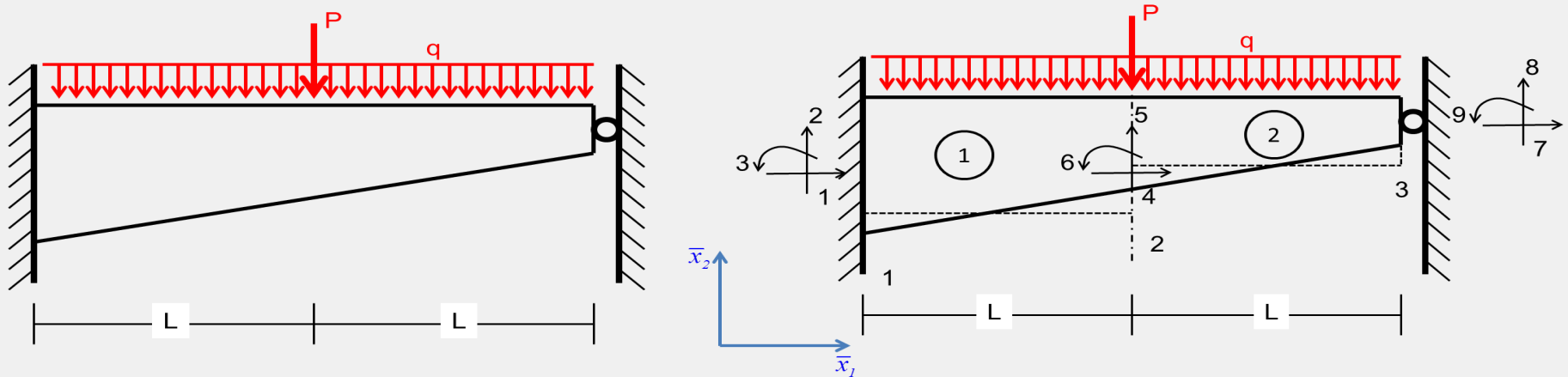
$$[\bar{k}^1] = [\Lambda_{PF}^1]^T [k^1] [\Lambda_{PF}^1] = [k^1] = EI$$

	2	3	5	6
2	$24/L^3$			
3	$12/L^2$	$8/L$		
5	$-24/L^3$	$-12/L^2$	$24/L^3$	
6	$12/L^2$	$4/L$	$-12/L^2$	$8/L$

$$[\bar{k}^2] = [\Lambda_{PF}^2]^T [k^2] [\Lambda_{PF}^2] = [k^2] = EI$$

	5	6	8	9
5	$12/L^3$			
6	$6/L^2$	$4/L$		
8	$-12/L^3$	$-6/L^2$	$12/L^3$	
9	$6/L^2$	$2/L$	$-6/L^2$	$4/L$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ ΜΕ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΕΣ ΘΕΩΡΗΣΕΙΣ

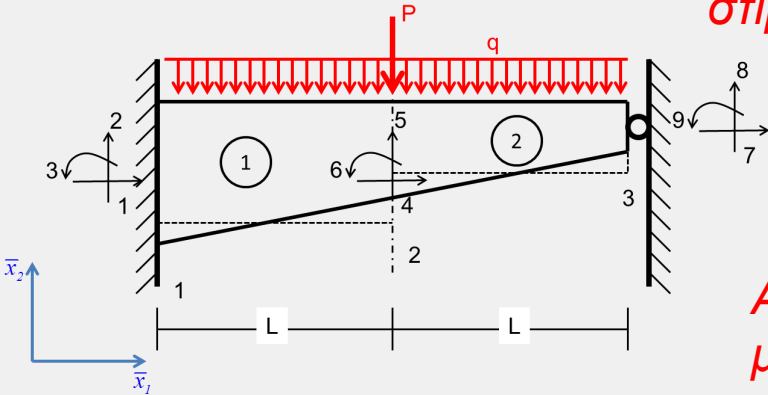


Η ανάλυση του στοιχείου μεταβλητής διατομής θα επιτευχθεί με δύο διαφορετικές θεωρήσεις:

- i. Θεώρηση *τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2*
- ii. Θεώρηση *στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής*

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2

Υπολογισμός τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας μέλους 2, λόγω απαλοιφής του στροφικού βαθμού ελευθερίας 9



Αρχικό μητρώο στιβαρότητας

$$[\bar{k}^{-2}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 5 & 6 & 8 & 9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} & EI \begin{bmatrix} 12/L^3 & & & \\ 6/L^2 & 4/L & & \\ -12/L^3 & -6/L^2 & 12/L^3 & \\ 6/L^2 & 2/L & -6/L^2 & 4/L \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Αναδιατεταγμένο μητρώο στιβαρότητας

$$[\bar{k}_m^{-2}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 9 & 5 & 6 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 9 \\ 5 \\ 6 \\ 8 \end{matrix} & EI \begin{bmatrix} 4/L & 6/L^2 & 2/L & -6/L^2 \\ 6/L^2 & 12/L^3 & 6/L^2 & -12/L^3 \\ 2/L & 6/L^2 & 4/L & -6/L^2 \\ -6/L^2 & -12/L^3 & -6/L^2 & 12/L^3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

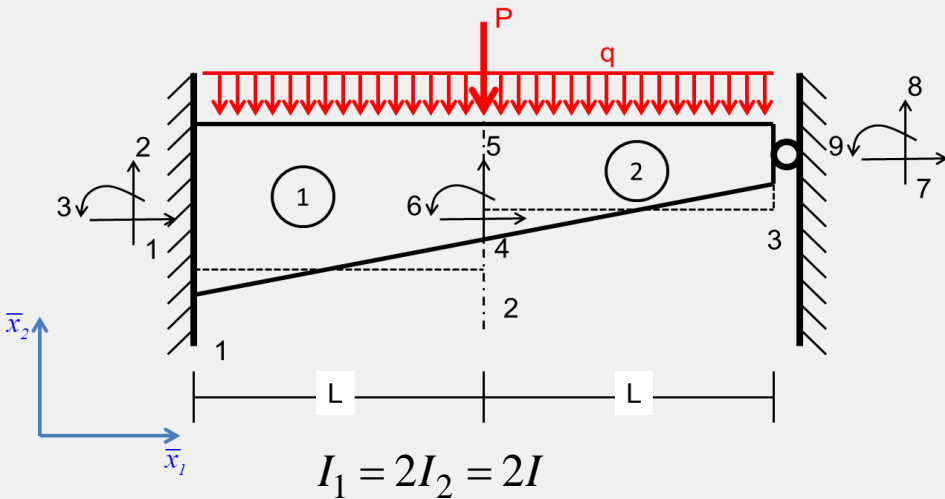
Τροποποιημένο μητρώο στιβαρότητας

$$[\bar{k}_c^{-2}] = \begin{matrix} & \begin{matrix} 5 & 6 & 8 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 8 \end{matrix} & 6EI \begin{bmatrix} 3/L^3 & 3/L^2 & -3/L^3 \\ 3/L^2 & 3/L & -3/L^2 \\ -3/L^3 & -3/L^2 & 3/L^3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$[K_c] = [K_{cc}] - [K_{ce}][K_{ee}]^{-1}[K_{ec}]$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2

Μόρφωση καθολικού μητρώου
στιβαρότητας στοιχείου-φορέα



$$[\bar{K}] = \begin{matrix} \text{κόμβος 1} \\ \text{κόμβος 2} \\ \text{κόμβος 3} \end{matrix} \begin{bmatrix} \text{κόμβος 1} & \text{κόμβος 2} & \text{κόμβος 3} \\ \begin{bmatrix} -1 \\ k_{jj} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 \\ k_{jk} \end{bmatrix} & \\ \begin{bmatrix} -1 \\ k_{kj} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 \\ k_{kk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ k_{jj} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2 \\ k_{jk} \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} -2 \\ k_{kj} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2 \\ k_{kk} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

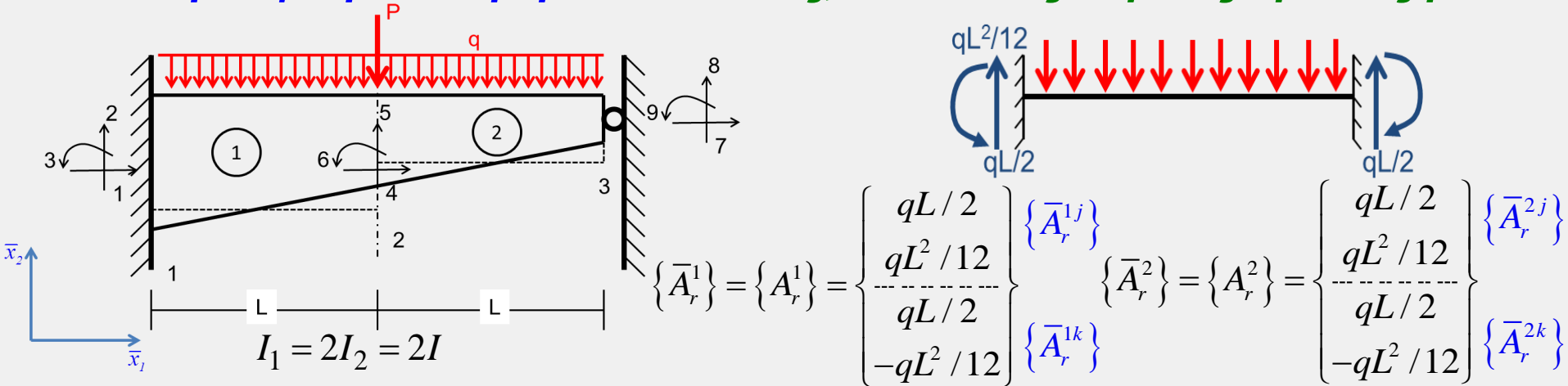
Καθολικό μητρώο στιβαρότητας
στοιχείου-φορέα

	#1	#2	#3
	2	3	8
2	$24/L^3$	$12/L^2$	$-24/L^3$
3	$12/L^2$	$8/L$	$-12/L^2$
5	$-24/L^3$	$-12/L^2$	$27/L^3$
6	$12/L^2$	$4/L$	$-9/L^2$
8	0	0	$-3/L^3$

$$[\bar{K}] = 5EI \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2

Ανάλυση παγιωμένου φορέα – Τοπικές, Καθολικές ακραίες δράσεις μελών



Υπολογισμός τροποποιημένου διανύσματος καθολικών ακραίων δράσεων μέλους 2, λόγω απαλοιφής του καθολικού βαθμού ελευθερίας 9

Αναδιατεταγμένο διάνυσμα καθολικών ακραίων δράσεων μέλους 2 έτσι ώστε να προηγούνται οι προς απαλοιφή $\{\Delta_e\}$ και να έπονται οι παραμένουσες $\{\Delta_c\}$ μετακινήσεις

Τροποποιημένες καθολικές ακραίες δράσεις μέλους 2

$$\left\{ \left(\bar{A}_r^2 \right)_m \right\} = \begin{Bmatrix} -qL^2/12 \\ qL/2 \\ qL^2/12 \\ qL/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{P}_e^2\} \\ \{\bar{P}_{cc}^2\} \end{Bmatrix} \quad \left\{ \left(A_r \right)_c \right\} = \{P_{cc}\} - [K_{ce}][K_{ee}]^{-1} \{P_e\}$$

$$\left\{ \left(\bar{A}_r \right)_c \right\} = \begin{Bmatrix} 5qL/8 \\ qL^2/8 \\ 3qL/8 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{A}_r^{2j}\} \\ \{\bar{A}_r^{2k}\} \end{Bmatrix}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2

Ανάλυση παγιωμένου στοιχείου-φορέα
– Υπολογισμός δράσεων παγίωσης

Κόμβος 1 :

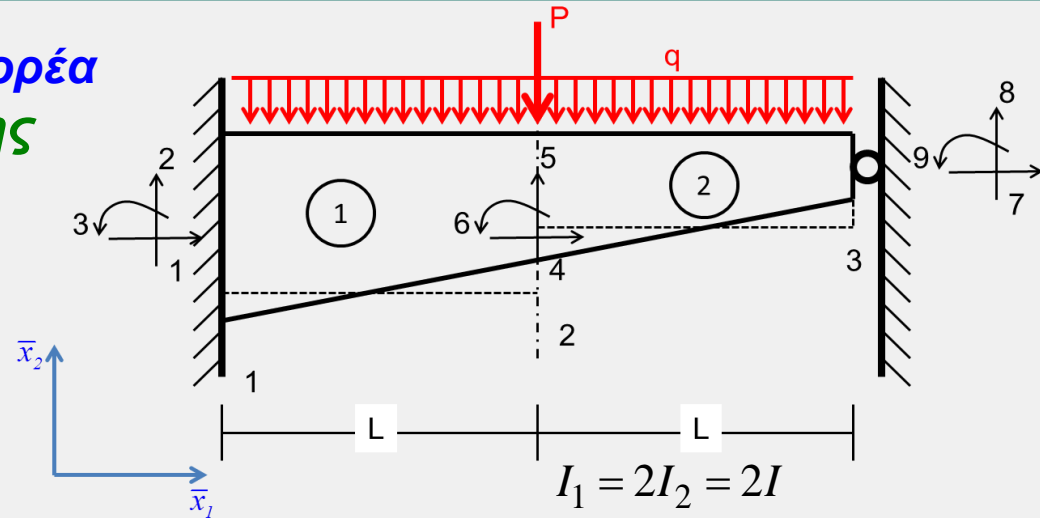
$$\{\bar{S}^1\} = \{\bar{A}_r^{1j}\} = \begin{Bmatrix} qL/2 \\ qL^2/12 \end{Bmatrix}$$

Κόμβος 2 :

$$\{\bar{S}^{(2)}\} = \{\bar{A}_r^{1k}\} + \{\bar{A}_r^{2j}\} = \begin{Bmatrix} 9qL/8 \\ qL^2/24 \end{Bmatrix}$$

Κόμβος 3 :

$$\{\bar{S}^3\} = \{\bar{A}_r^{2k}\} = \{3qL/8\}$$

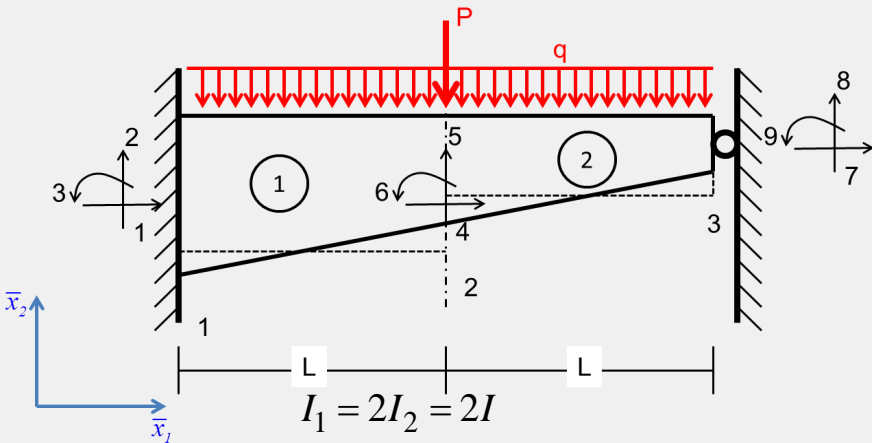


Οι δράσεις παγίωσης σε κάθε κόμβο του παγιωμένου φορέα είναι ίσες με το άθροισμα των καθολικών ακραίων δράσεων των άκρων των μελών που καταλήγουν στον κόμβο αυτόν.

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2

**Μόρφωση
εξίσωσης
ισορροπίας**

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{2} \\
 \mathbf{3} \\
 \text{---} \\
 \mathbf{5} \\
 \mathbf{6} \\
 \text{---} \\
 \mathbf{8}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 \bar{R}_2^{(1)} - qL/2 \\
 \bar{R}_3^{(1)} - qL^2/12 \\
 \text{---} \\
 -9qL/8 - P \\
 -qL^2/24 \\
 \text{---} \\
 \bar{R}_2^{(3)} - 3qL/8
 \end{array} \right\} = EI \left[\begin{array}{cc|cc|c}
 \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{8} \\
 24/L^3 & 12/L^2 & -24/L^3 & 12/L^2 & 0 \\
 12/L^2 & 8/L & -12/L^2 & 4/L & 0 \\
 \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\
 -24/L^3 & -12/L^2 & 27/L^3 & -9/L^2 & -3/L^3 \\
 12/L^2 & 4/L & -9/L^2 & 11/L & -3/L^2 \\
 \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} & \text{---} \\
 0 & 0 & -3/L^3 & -3/L^2 & 3/L^3
 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{l}
 0 \\
 0 \\
 \text{---} \\
 \bar{\Delta}_2^{(2)} \\
 \bar{\Delta}_3^{(2)} \\
 \text{---} \\
 0
 \end{array} \right\}$$



$$\{\bar{\Delta}_f\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_2^{(2)} \\ \bar{\Delta}_3^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{u}_2^{(2)} \\ \bar{g}_3^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -0.059qL^4 - 0.0509PL^3 \\ -0.052qL^3 - 0.0417PL^2 \end{Bmatrix}$$

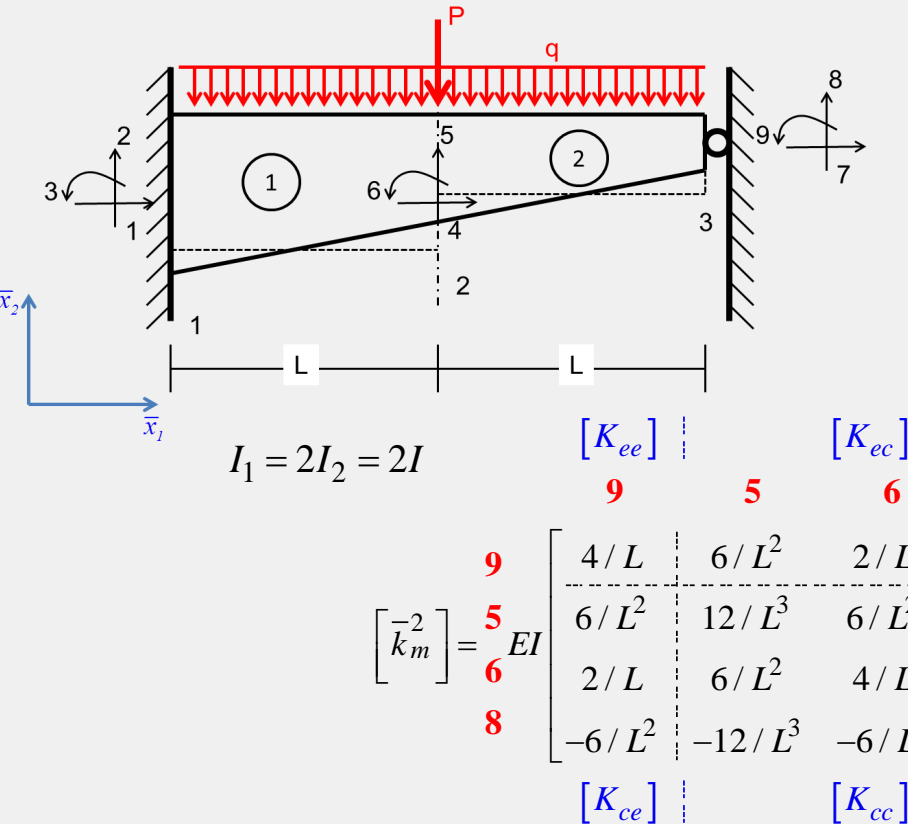
Επίλυση –

Επικόμβιες μετακινήσεις κατά τους ελεύθερους και επικόμβιες δράσεις (αντιδράσεις) κατά τους δεσμευμένους β.ε.

$$\begin{Bmatrix} \bar{R}_2^{(1)} \\ \bar{R}_3^{(1)} \\ \bar{R}_2^{(3)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.292qL + 0.722P \\ 0.582qL^2 + 0.443PL \\ 0.708qL + 0.278P \end{Bmatrix}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2

Υπολογισμός στροφής κατά τον καθολικό βαθμό ελευθερίας 9 που απαλείφθηκε σε προηγούμενο βήμα



Με τη βοήθεια της σχέσης

$$\{\Delta_e\} = [K_{ee}]^{-1} (\{P_e\} - [K_{ec}]\{\Delta_c\})$$

των μετακινήσεων κατά τους β.ε. 5,6 που υπολογίστηκαν προηγουμένως και των υπομητρώων των σχέσεων που αναφέρθηκαν σε προηγούμενο βήμα

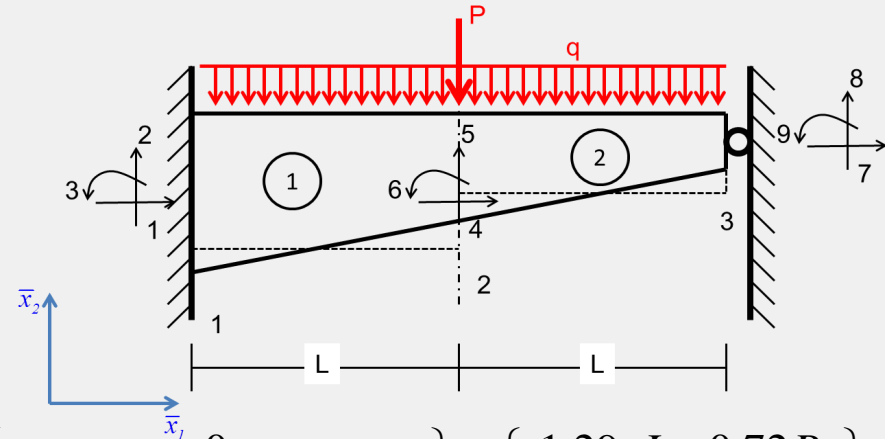
$$\left\{ \left(\bar{A}_r \right)_m \right\} = \begin{Bmatrix} -qL^2/12 \\ qL/2 \\ qL^2/12 \\ qL/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{P}_e^2 \\ \bar{P}_{cc}^2 \end{Bmatrix}$$

προκύπτει η στροφή κατά τον καθολικό β.ε. 9 ως

$$\{\Delta_e\} = \left\{ \Delta_3^{(3)} \right\} = \left\{ \vartheta_3^{(3)} \right\} = \frac{1}{EI} \cdot \left\{ 0.135qL^3 + 0.097PL^2 \right\}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2

Εσωτερικά εντατικά μεγέθη μελών
στοιχείου-φορέα



Μέλος 1 :

$$\{A^1\} = \{A_r^1\} + [k^1][\Lambda_{PF}^1] \{\bar{D}^1\} =$$

$$= \begin{Bmatrix} F_2^{1j} \\ M_3^{1j} \\ F_2^{1k} \\ M_3^{1k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} qL/2 \\ qL^2/12 \\ qL/2 \\ -qL^2/12 \end{Bmatrix} + [k^1][I] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -0.059qL^4 - 0.0509PL^3 \\ -0.052qL^3 - 0.0417PL^2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.29qL + 0.72P \\ 0.58qL^2 + 0.44PL \\ -0.29qL - 0.72P \\ 0.21qL^2 + 0.28PL \end{Bmatrix}$$

Μέλος 2 :

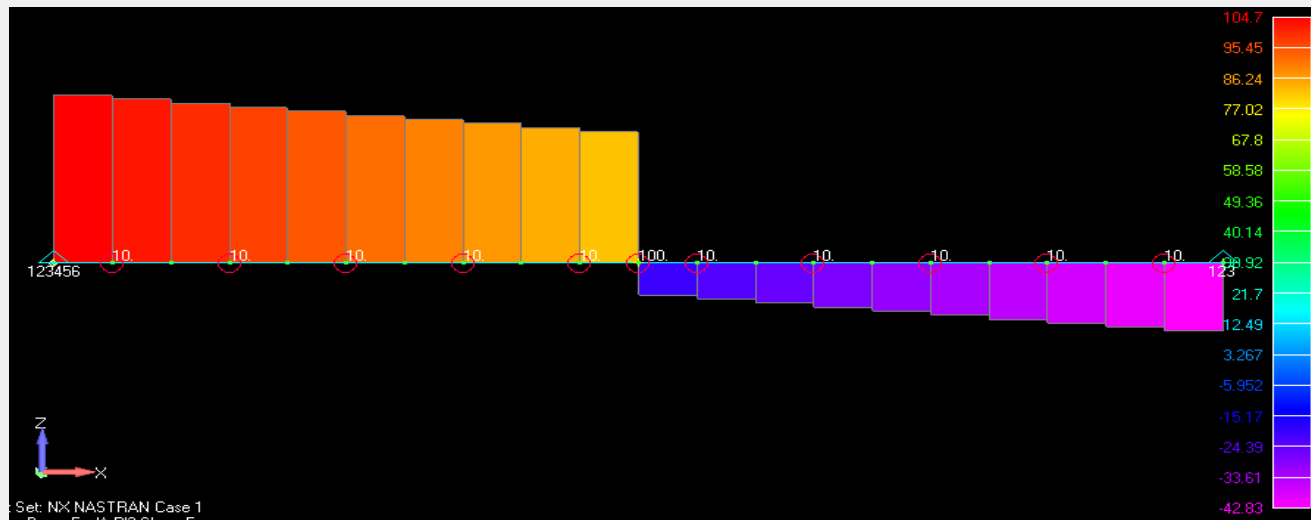
$$\{A^2\} = \{A_r^2\} + [k^2][\Lambda_{PF}^2] \{\bar{D}^2\} =$$

$$= \begin{Bmatrix} F_2^{2j} \\ M_3^{2j} \\ F_2^{2k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5qL/8 \\ qL^2/8 \\ 3qL/8 \end{Bmatrix} + [k^2][I] \begin{Bmatrix} -0.059qL^4 - 0.0509PL^3 \\ -0.052qL^3 - 0.0417PL^2 \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.29qL - 0.278P \\ -0.21qL^2 - 0.278PL \\ 0.71qL + 0.278P \end{Bmatrix}$$

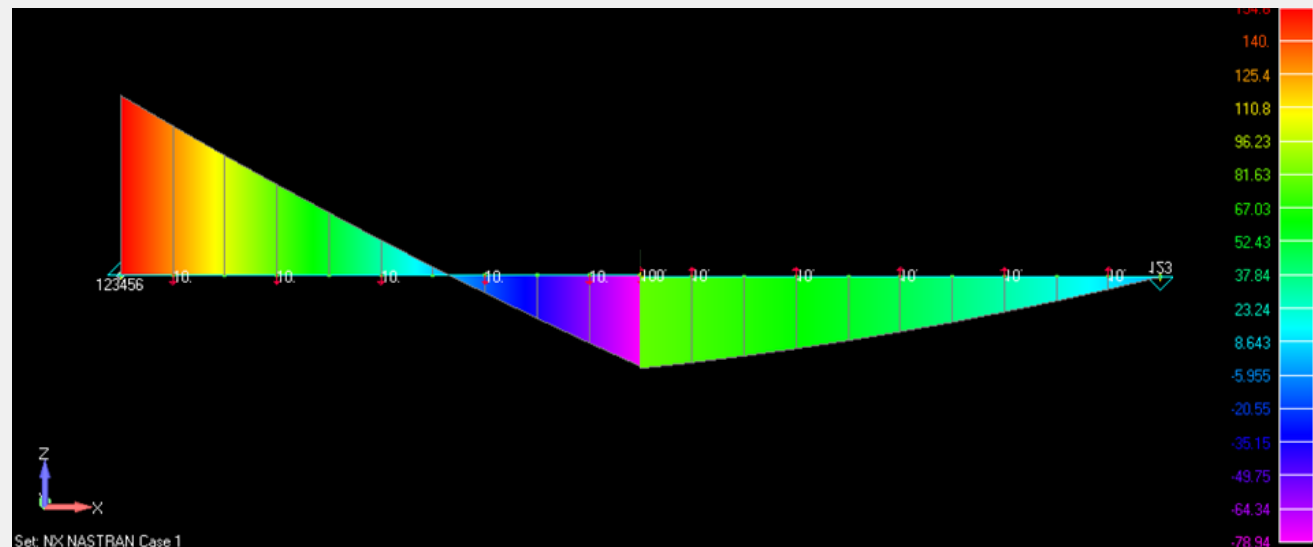
ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση τροποποιημένου μητρώου στιβαρότητας για το στοιχείο 2

Διαγράμματα
εντατικών
μεγεθών

[Q]



[M]

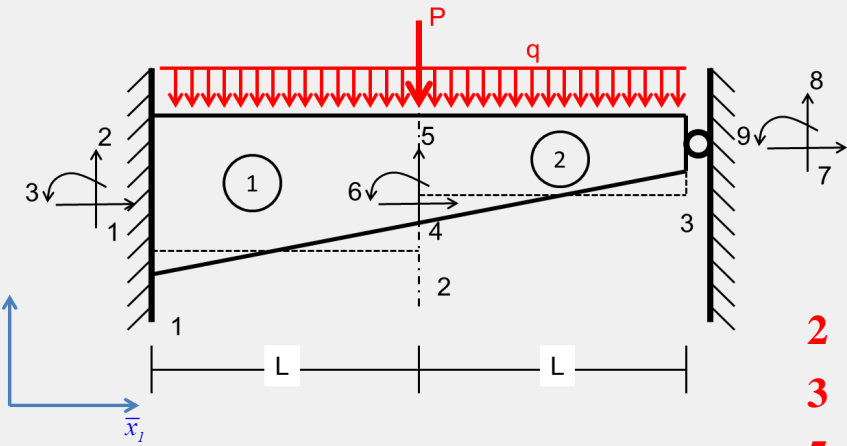


ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ-

Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Τα βήματα μέχρι τη μόρφωση των καθολικών μητρών στιβαρότητας των μελών του φορέα είναι ίδια με αυτά της προηγούμενης θεώρησης.

Μόρφωση καθολικού μητρώου στιβαρότητας στοιχείου-φορέα



Καθολικό μητρώο στιβαρότητας στοιχείου-φορέα

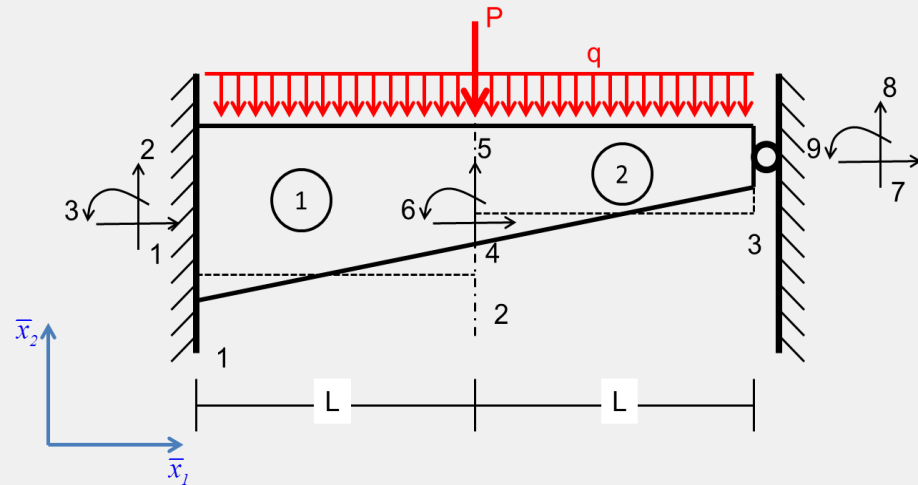
$$[K] = \begin{matrix} & \left. \begin{matrix} \text{κόμβος 1} \\ \text{κόμβος 2} \\ \text{κόμβος 3} \end{matrix} \right\} & \begin{matrix} \text{κόμβος 1} & \text{κόμβος 2} & \text{κόμβος 3} \\ \begin{bmatrix} -1 \\ k_{jj} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 \\ k_{jk} \end{bmatrix} & \\ \begin{bmatrix} -1 \\ k_{kj} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -1 \\ k_{kk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ k_{jj} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2 \\ k_{jk} \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} -2 \\ k_{kj} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2 \\ k_{kk} \end{bmatrix} \end{matrix} \end{matrix}$$

	#1	#2	#3			
	2	3	5	6	8	9
2	$24 / L^3$	$12 / L^2$	$-24 / L^3$	$12 / L^2$	0	0
3	$12 / L^2$	$8 / L$	$-12 / L^2$	$4 / L$	0	0
5	$-24 / L^3$	$-12 / L^2$	$36 / L^3$	$-6 / L^2$	$-12 / L^3$	$6 / L^2$
6	$12 / L^2$	$4 / L$	$-6 / L^2$	$12 / L$	$-6 / L^2$	$2 / L$
8	0	0	$-12 / L^3$	$-6 / L^2$	$12 / L^3$	$-6 / L^2$
9	0	0	$6 / L^2$	$2 / L$	$-6 / L^2$	$4 / L$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ-

Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Εφαρμόζεται **στατική συμπύκνωση των εσωτερικών βαθμών ελευθερίας**, δηλαδή των 2 βαθμών ελευθερίας του κόμβου (2). Έτσι, μορφώνεται **για το σύνολο του φορέα το αναδιατεταγμένο μητρώο στιβαρότητας** έτσι ώστε να προηγούνται οι προς απαλοιφή και να έπονται οι παραμένοντες β.ε.



Στατική συμπύκνωση καθολικού μητρώου στιβαρότητας φορέα-υπερστοιχείου λόγω απαλοιφής εσωτερικών βαθμών ελευθερίας – Προσδιορισμός μητρώου στιβαρότητας στοιχείου μεταβλητής διατομής

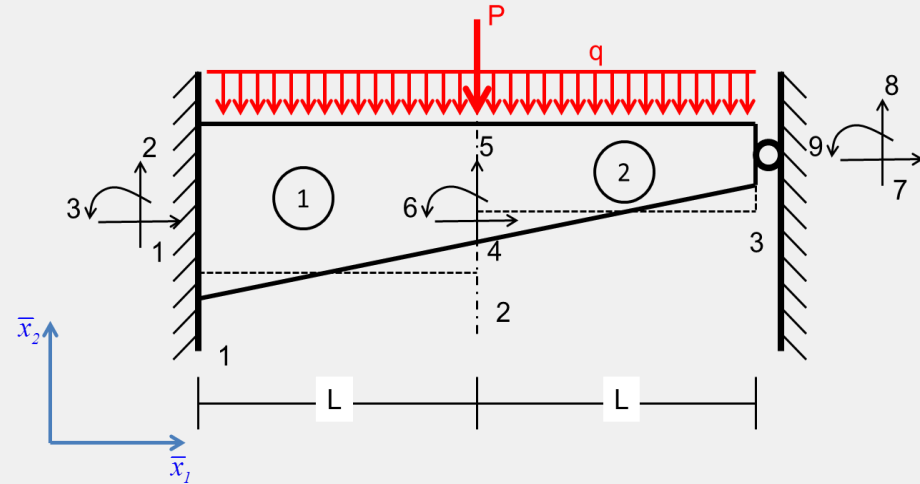
$$[\bar{K}_m] = EI \begin{array}{c} \begin{array}{cc} [\bar{K}_{ee}] & [\bar{K}_{ec}] \\ \#1 & \#2 & \#3 \end{array} \\ \begin{array}{cc} 5 & 6 & 2 & 3 & 8 & 9 \end{array} \\ \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} 5 & 6 \\ 6 & 2 \\ 2 & 3 \\ 3 & 8 \\ 8 & 9 \end{array} & \begin{array}{cc} \begin{array}{cc} [\bar{K}_{ce}] & [\bar{K}_{cc}] \\ \#2 & \#3 \end{array} \end{array} \end{array} \begin{bmatrix} 36/L^3 & -6/L^2 & -24/L^3 & -12/L^2 & -12/L^3 & 6/L^2 \\ -6/L^2 & 12/L & 12/L^2 & 4/L & -6/L^2 & 2/L \\ -24/L^3 & 12/L^2 & 24/L^3 & 12/L^2 & 0 & 0 \\ -12/L^2 & 4/L & 12/L^2 & 8/L & 0 & 0 \\ -12/L^3 & -6/L^2 & 0 & 0 & 12/L^3 & -6/L^2 \\ 6/L^2 & 2/L & 0 & 0 & -6/L^2 & 4/L \end{bmatrix}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ-

Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Συμπυκνωμένο μητρώο στιβαρότητας =
Μητρώο στιβαρότητας στοιχείου
μεταβλητής διατομής

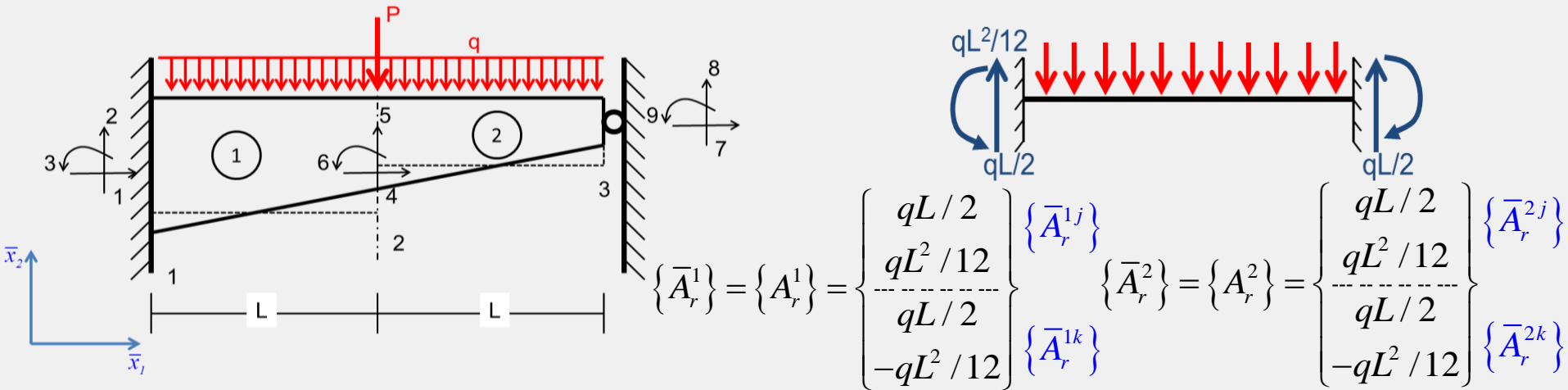
$$[K_c] = [K_{cc}] - [K_{ce}] [K_{ee}]^{-1} [K_{ec}]$$



$$[K_c] = [K_{variable}] = EI \begin{bmatrix} \begin{matrix} \begin{matrix} [K_{jj}^{var}] & & & \\ 2 & 3 & & \\ 2.18/L^3 & 2.55/L^2 & & \\ 2.55/L^2 & 3.64/L & & \\ -2.18/L^3 & -2.55/L^2 & & \\ 1.82/L^2 & 1.45/L & & \end{matrix} & \begin{matrix} [K_{jk}^{var}] \\ 8 & 9 \\ -2.18/L^3 & 1.82/L^2 \\ -2.55/L^2 & 1.45/L \\ 2.18/L^3 & -1.82/L^2 \\ -1.82/L^2 & 2.18/L \end{matrix} \end{matrix} \end{bmatrix}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Ανάλυση παγιωμένου φορέα – Τοπικές, Καθολικές ακραίες δράσεις μελών



Ανάλυση παγιωμένου φορέα – Υπολογισμός δράσεων παγίωσης

Κόμβος 1 :

Κόμβος 2 :

Κόμβος 3 :

$$\{\bar{S}^1\} = \{\bar{A}_r^{1j}\} = \begin{Bmatrix} qL/2 \\ qL^2/12 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{S}^{(2)}\} = \{\bar{A}_r^{1k}\} + \{\bar{A}_r^{2j}\} = \begin{Bmatrix} qL \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\bar{S}^3\} = \{\bar{A}_r^{2k}\} = \begin{Bmatrix} qL/2 \\ -qL^2/12 \end{Bmatrix}$$

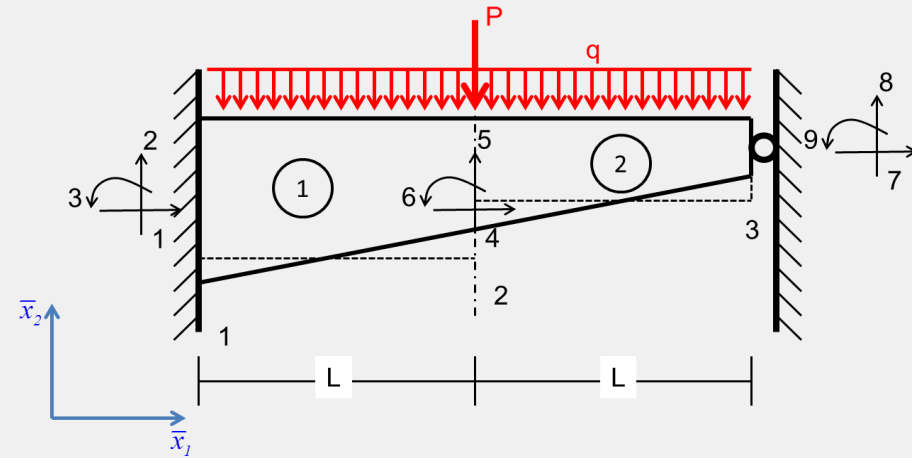
Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Μόρφωση διανυσμάτων επικόμβιων δράσεων και μετακινήσεων στοιχείου-φορέα

$$\{\bar{P}\} = \{\bar{P}^{nodal} - \bar{S}\} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}_2^{(1)} - qL/2 \\ \bar{R}_3^{(1)} - qL^2/12 \\ \hline -P - qL \\ 0 \\ \hline \bar{R}_2^{(3)} - qL/2 \\ qL^2/12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ \hline 5 \\ 6 \\ \hline 8 \\ 9 \end{array}$$

$$\{\bar{\Delta}\} = \left\{ \begin{array}{l} 0 \\ 0 \\ \hline \bar{\Delta}_2^{(2)} \\ \bar{\Delta}_3^{(2)} \\ \hline 0 \\ \bar{\Delta}_3^{(3)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ \hline 5 \\ 6 \\ \hline 8 \\ 9 \end{array}$$

**Αναδιατεταγμένο
διάνυσμα επικόμβιων
δράσεων στοιχείου -
φορέα**



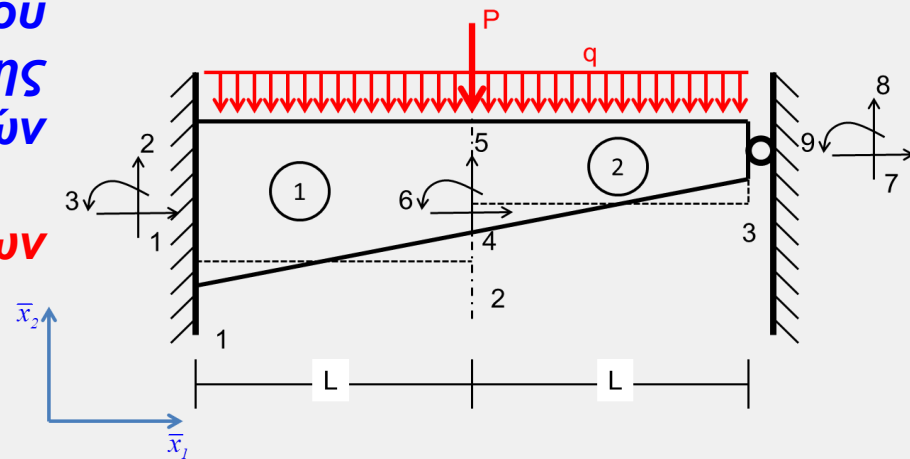
$$\{\bar{P}_m\} = \left\{ \begin{array}{l} -P - qL \\ 0 \\ \hline \bar{R}_2^{(1)} - qL/2 \\ \bar{R}_3^{(1)} - qL^2/12 \\ \hline \bar{R}_2^{(3)} - qL/2 \\ qL^2/12 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5 \\ 6 \\ \hline 2 \\ 3 \\ \hline 8 \\ 9 \end{array} \begin{array}{l} \{\bar{P}_e\} \\ \\ \\ \{\bar{P}_{cc}\} \end{array}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ-

Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Υπολογισμός καθολικού διανύσματος ολικών ακραίων δράσεων του υπερστοιχείου 1-2 (λόγω συμπύκνωσης των εσωτερικών καθολικών βαθμών ελευθερίας 5,6) =

= ζητούμενο διάνυσμα ακραίων δράσεων του στοιχείου μεταβλητής διατομής



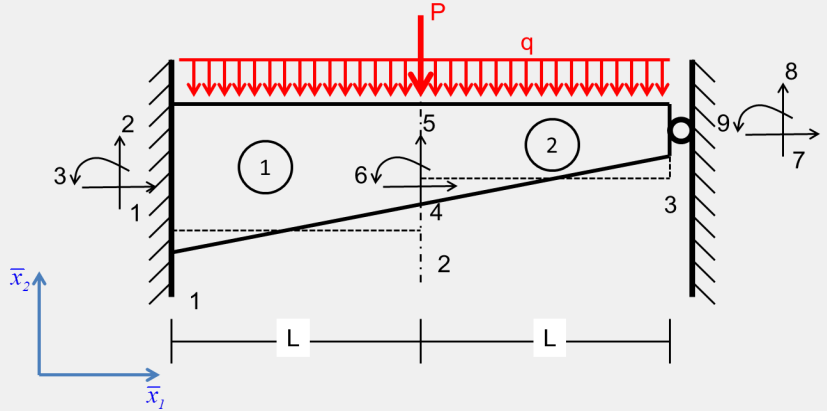
$$\{\bar{P}_c\} = \{\bar{P}_{cc}\} - [\bar{K}_{ce}] [\bar{K}_{ee}]^{-1} \{\bar{P}_e\}$$

$$\{P_c\} = \{P^{variable}\} = \begin{Bmatrix} R_2^{(1)} - 1.045qL - 0.545P \\ R_3^{(1)} - 0.386qL^2 - 0.303PL \\ \hline R_2^{(3)} - 0.954qL - 0.454P \\ 0.295qL^2 + 0.212PL \end{Bmatrix} \begin{matrix} \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{8} \\ \mathbf{9} \end{matrix} \begin{matrix} \{P_j^{var}\} \\ \{P_k^{var}\} \end{matrix}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ-

Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Μόρφωση εξίσωσης ισορροπίας του υπερστοιχείου 1-2 =
 = εξίσωση ισορροπίας του στοιχείου μεταβλητής διατομής

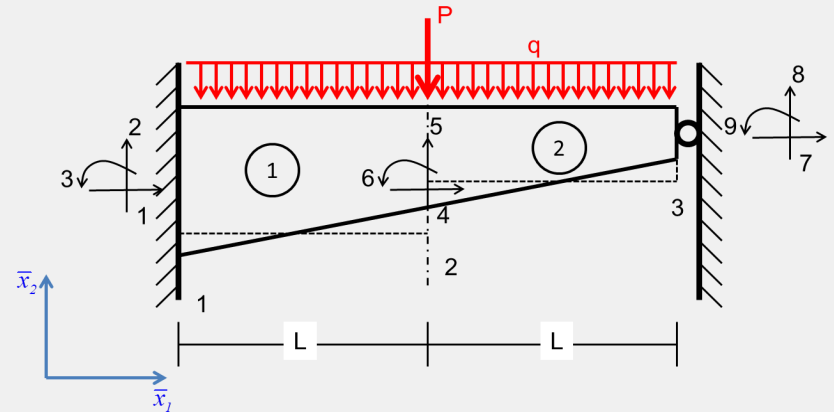


$$\begin{Bmatrix} P_j^{var} \\ P_k^{var} \end{Bmatrix} = EI \begin{bmatrix} K_{jj}^{var} & K_{jk}^{var} \\ K_{kj}^{var} & K_{kk}^{var} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_j^{var} \\ \Delta_k^{var} \end{Bmatrix}$$

$\begin{Bmatrix} P_j^{var} \\ P_k^{var} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_2^{(1)} - 1.045qL - 0.545P \\ R_3^{(1)} - 0.386qL^2 - 0.303PL \\ R_2^{(3)} - 0.954qL - 0.454P \\ 0.295qL^2 + 0.212PL \end{Bmatrix} = EI \begin{bmatrix} 2.18/L^3 & 2.55/L^2 & -2.18/L^3 & 1.82/L^2 \\ 2.55/L^2 & 3.64/L & -2.55/L^2 & 1.45/L \\ -2.18/L^3 & -2.55/L^2 & 2.18/L^3 & -1.82/L^2 \\ 1.82/L^2 & 1.45/L & -1.82/L^2 & 2.18/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta_3^k \end{Bmatrix}$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ - Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

**Επίλυση εξίσωσης
 ισορροπίας –
 Επικόμβια στροφή κατά
 τον β.ε.9 και επικόμβιες
 δράσεις (αντιδράσεις)
 κατά τους δεσμευμένους
 β.ε.**

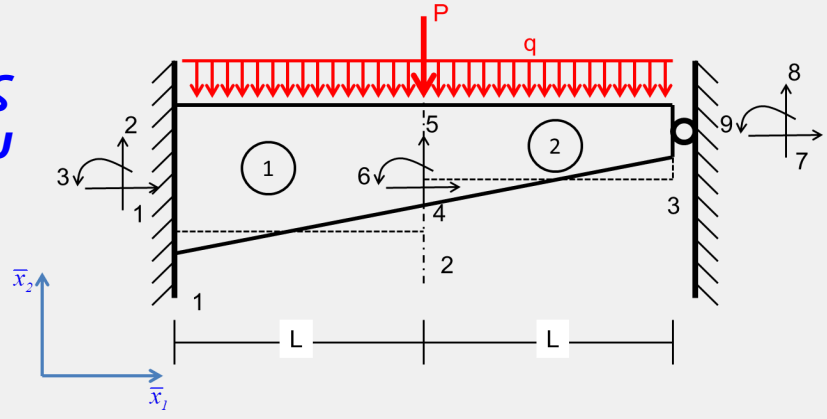


$$\{\Delta_f\} = \{\Delta_3^k\} = \{g_3^k\} = \frac{1}{EI} \cdot \{0.135qL^3 + 0.097PL^2\}$$

$$\begin{Bmatrix} R_2^j \\ R_3^j \\ R_2^k \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.291qL + 0.722P \\ 0.582qL^2 + 0.444PL \\ 0.708qL + 0.278P \end{Bmatrix}$$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Υπολογισμός μετακινήσεων κατά τους καθολικούς βαθμούς ελευθερίας 5,6 που συμπυκνώθηκαν σε προηγούμενο βήμα



Με τη βοήθεια της σχέσης

$$\{\Delta_e\} = [K_{ee}]^{-1} (\{P_e\} - [K_{ec}]\{\Delta_c\})$$

της στροφής κατά τον β.ε. 9 που υπολογίστηκε προηγουμένως και των υπομητρών των σχέσεων που αναφέρθηκαν σε προηγούμενο βήμα

$$\{\Delta_c\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \Delta_3^k \end{Bmatrix} \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 8 \\ 9 \end{matrix}$$

$$[\bar{K}_m] = EI \begin{matrix} & \begin{matrix} \#1 \\ 5 & 6 \end{matrix} & \begin{matrix} \#2 \\ 2 & 3 \end{matrix} & \begin{matrix} \#3 \\ 8 & 9 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 36/L^3 & -6/L^2 & -24/L^3 & -12/L^2 & -12/L^3 & 6/L^2 \\ -6/L^2 & 12/L & 12/L^2 & 4/L & -6/L^2 & 2/L \\ -24/L^3 & 12/L^2 & 24/L^3 & 12/L^2 & 0 & 0 \\ -12/L^2 & 4/L & 12/L^2 & 8/L & 0 & 0 \\ -12/L^3 & -6/L^2 & 0 & 0 & 12/L^3 & -6/L^2 \\ 6/L^2 & 2/L & 0 & 0 & -6/L^2 & 4/L \end{bmatrix} & \begin{matrix} [\bar{K}_{ec}] \\ [\bar{K}_{ec}] \end{matrix} \end{matrix}$$

$$\{\bar{P}_m\} = \begin{Bmatrix} -P - qL \\ 0 \\ \bar{R}_2^{(1)} - qL/2 \\ \bar{R}_3^{(1)} - qL^2/12 \\ \bar{R}_2^{(3)} - qL/2 \\ qL^2/12 \end{Bmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 2 \\ 3 \\ 8 \\ 9 \end{matrix} \begin{matrix} \{\bar{P}_e\} \\ \{\bar{P}_{cc}\} \end{matrix}$$

$$\{\bar{\Delta}_e\} = \begin{Bmatrix} \bar{\Delta}_2^{(2)} \\ \bar{\Delta}_3^{(2)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{u}_2^{(2)} \\ \bar{g}_3^{(2)} \end{Bmatrix} =$$

προκύπτουν οι μετακινήσεις κατά τους καθολ. β.ε. 5,6 ως $\begin{Bmatrix} -0.059qL^4 - 0.0509PL^3 \\ -0.052qL^3 - 0.0417PL^2 \end{Bmatrix}$

ΕΦΑΡΜΟΓΗ – ΑΝΑΛΥΣΗ ΣΤΟΙΧΕΙΟΥ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ- Θεώρηση στοιχείου – φορέα μεταβλητής διατομής

Εσωτερικά εντατικά μεγέθη υπερστοιχείου 1-2
= εσωτερικά εντατικά μεγέθη στοιχείου
μεταβλητής διατομής

Στοιχείο μεταβλητής διατομής :

$$\{A^{var}\} = \{A_r^{var}\} + [k^{var}][\Lambda_{PF}^{var}]\{\bar{D}^{var}\} =$$

$$= \begin{Bmatrix} F_2^{var j} \\ M_3^{var j} \\ \hline F_2^{var k} \\ M_3^{var k} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1.045qL + 0.545P \\ 0.386qL^2 + 0.303PL \\ \hline 0.954qL + 0.454P \\ -0.295qL^2 - 0.212PL \end{Bmatrix} + [k^{var}][I] \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ \hline 0 \\ 0.135qL^3 + 0.097PL^2 \end{Bmatrix} \cdot \frac{1}{EI} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 1.291qL + 0.722P \\ 0.582qL^2 + 0.444PL \\ \hline 0.708qL + 0.278P \\ 0 \end{Bmatrix}$$

